



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI

Corso di Laurea Magistrale in Geofisica di Esplorazione ed Applicata

Tesi di laurea specialistica

**CARATTERIZZAZIONE ELASTICA DI FONDALI MARINI
MEDIANTE SISMICA A RIFRAZIONE E FULL WAVEFORM
INVERSION APPLICATA A DATI DI SISMICA A RIFLESSIONE**

Candidato:
GIANFRANCO ALDOVARDI

Relatore:
Prof. ALFREDO MAZZOTTI

Correlatore:
Dott. MATTIA ALEARDI

Controrelatore:
Prof. ANDREA CAITI

ANNO ACCADEMICO
2012/2013

Indice

Riassunto.....	4
1 Introduzione.....	7
2 Accenni teorici di base: metodi a riflessione e rifrazione.....	10
2.1 Introduzione.....	10
2.2 Teoria dei raggi.....	11
2.3 Curve di travel time in riflessione e rifrazione.....	11
2.4 Risoluzione sismica.....	22
3 Costruzione di sismogrammi sintetici a partire da modelli geologici reali.....	25
3.1 Tre modelli di fondo mare.....	25
3.2 Oases: calcolo dei sismogrammi sintetici di fondo mare.....	27
3.2.1 Inserimento dati, calcolo della tracce e visualizzazione.....	28
4 Applicazione del metodo a rifrazione.....	31
4.1 Rapida visualizzazione di eventi rifratti.....	31
4.2 Approfondimento del modello 2.....	37
5 Il Problema Inverso.....	41
5.1 Introduzione al Problema Inverso (PI) in sismica.....	41
5.2 Risoluzione PI non lineari: Metodi Locali.....	44
5.3 Risoluzione PI non lineari: Metodi Globali.....	46
5.4 Algoritmi Genetici.....	47
5.4.1 Sottopopolazioni: implementazione pseudo-parallela.....	48
5.4.2 Assegnazione della fitness (ranking) e selezione.....	52
5.4.3 Ricombinazione.....	55
5.4.4 Mutazione.....	56
5.4.5 Reiserimento.....	58
6 Full Waveform Inversion (FWI) 1D Elastic.....	60
6.1 Metodo FWI.....	60
6.2 Codice FWI 1D ELASTIC.....	62
6.3 Approccio statistico.....	67
6.3.1 Formulazione Bayesiana.....	68
6.3.2 Densità di Probabilità a Posteriori.....	70
6.4 Test: applicazione analitica.....	72
6.5 FWI in dominio post-stack.....	77
7 FWI 1D ELASTIC: prove di inversione	83
7.1 Dato sintetico.....	84
7.1.1 Prova di inversione 1.....	84
7.1.2 Prova di inversione 2.....	91
7.1.3 Prova di inversione 3.....	96

7.2	Dato reale.....	101
7.2.1	Acquisizione Well Site Survey	101
7.2.2	Parallelizzazione del codice FWI 1D ELASTIC.....	103
7.2.3	Risultati.....	105
7.2.4	Prova di inversione 4.....	108
7.2.5	Prova di inversione 5.....	112
8	Conclusioni.....	116
	Bibliografia.....	119
	Ringraziamenti.....	123

Riassunto

Questo lavoro di tesi si propone di studiare le proprietà della parte superficiale dei fondali marini (200-300 m di profondità a partire dal fondo mare), mediante metodologie di Sismica a Rifrazione e Full Waveform Inversion (FWI) applicate a dati di sismica a riflessione. Queste tecniche vengono in primo luogo sperimentate per lo studio di tre diversi modelli geologici di fondo mare reperiti dal database dell' Ocean Drilling Program (ODP). I dati a disposizione sono gli spessori degli strati, le velocità delle onde sismiche compressionali P e le densità. A partire da queste due ultime quantità, tramite le formule di Hamilton, si possono ricavare le velocità di taglio S.

Per quanto riguarda la rifrazione, ho analizzato approfonditamente la cinematica dei first break, osservando in quale misura i parametri di profondità fondo mare, spessore e velocità dei vari strati influenzano le relazioni tempi-distanze di arrivo delle rifrazioni. Inoltre, utilizzando un caso di riferimento, ho analizzato in dettaglio le ambiguità del metodo e la funzione oggetto impiegata nella fase di inversione.

Lo studio della rifrazione ha permesso di osservare i limiti di tale metodo nell'indagine delle prime centinaia di metri di profondità in fondali marini. Tali limiti, ben conosciuti in letteratura, consistono nell'incapacità di individuare interfacce caratterizzate da inversione di velocità, strati sottili e/o a bassa velocità.

Passando alla sismica a riflessione, ho valutato le potenzialità della tecnica FWI nella determinazione dello spessore e delle proprietà elastiche dei layers.

Il metodo FWI, sfruttando l'intero campo d'onda (comprendente l'informazione cinematica e dinamica) ed attraverso un processo di inversione iterativo, ricava informazioni quantitative circa le proprietà fisiche dei mezzi, come le velocità delle onde compressionali e di taglio, V_P e V_S .

Per non inserire ulteriori incognite nel problema di inversione (come, ad esempio, il Fattore di Qualità che, come noto in letteratura, risulta difficilmente stimabile) si è scelto di considerare i modelli totalmente elastici. Inoltre, essendoci limitati alle prime centinaia di metri di profondità del fondale marino, i modelli geologici sono considerati 1D, cioè le proprietà fisiche variano solo nella direzione della profondità.

Partendo da codici precedentemente sviluppati, è stato realizzato un codice di

inversione iterativo basato su Algoritmi Genetici (GA) che mira a risolvere il problema di inversione tramite un processo di ottimizzazione della funzione di misfit ricavata dalla comparazione fra il dato osservato e un dato calcolato. Il problema diretto viene risolto utilizzando il metodo della riflettività.

In parallelo, vengono utilizzati i principi della Statistica Bayesiana per cercare di stimare le Densità di Probabilità a Posteriori (PPD) dei singoli parametri in gioco. Infatti, lo scopo di un'inversione non è solo quello di trovare un modello di best-fitting ma anche quello di caratterizzare l'incertezza del risultato di inversione.

Il lavoro di tesi valuta le tecniche sopra descritte sia su dati osservati costituiti da sismogrammi sintetici, calcolati a partire dai modelli geologici dell'ODP, che da sismogrammi reali.

I casi sintetici considerati sono tre: nel primo lo spessore degli strati è considerato incognito, mentre nel secondo e terzo caso l'incognita spessore è eliminata. La differenza tra il secondo e terzo caso, sta nel fatto che nel terzo viene aggiunto rumore random al dato osservato.

La stima dello spessore produce una sovrapparametrizzazione del problema provocando un'eccessiva dilatazione dello spazio dei modelli, l'aggiunta di ulteriori minimi locali e l'ambiguità legata a diverse possibili combinazioni di spessori e velocità che determinano la medesima risposta. In pratica, ciò aumenta significativamente la non linearità del problema inverso.

I risultati delle varie prove di inversione sui casi sintetici confermano quanto detto e la stima corretta degli spessori e delle velocità della stratificazione risulta praticamente impossibile. L'eliminazione del parametro spessore dal problema di inversione comporta un miglioramento nei risultati, in quanto si riescono a stimare i vari parametri e le relative PPD con maggior accuratezza. Questo viene nuovamente confermato anche nelle prove in cui viene aggiunto rumore al dato registrato.

Il dato reale analizzato proviene da una acquisizione sismica a riflessione eseguita, per conto della società E.N.I., nel mare Adriatico Centrale nel 1999.

Il sismogramma reale, consistente in un singolo *common shot*, viene continuamente confrontato con il dato calcolato nel problema diretto, a partire da un modello a strati costanti. Infatti, nell'inversione del dato reale, l'incognita spessore è eliminata attraverso l'imposizione di uno spessore costante determinato seguendo criteri di

risoluzione a partire dalla frequenza centrale della forma d'onda.

Come noto da recenti lavori, uno dei problemi nel processo di inversione riguarda il match tra l'ondina reale e quella inserita nel calcolo dei sismogrammi predetti. Questa problematica costituisce un ambito di ricerca ampiamente discusso in letteratura ed in continuo sviluppo.

Nell'ambito di questa tesi si è cercato di risolvere parzialmente questo problema usando differenti criteri di misfit (ad esempio, utilizzando l'involuppo delle tracce che permette di evitare la necessità di conoscere la fase della forma d'onda).

Al fine di vincolare e velocizzare l'inversione si è usato, come informazioni a priori, il campo di velocità V_P e densità ρ a bassa risoluzione, ottenuto in un altro lavoro di tesi.

Pur non avendo informazioni sperimentali dettagliate sulle V_P e sulle densità, e nessuna informazione sulle V_S del fondo mare, necessarie per una validazione definitiva del risultato di inversione, si osserva un modello stratificato con valori di V_P , V_S e ρ fisicamente plausibili che risultano da un buon match tra dato osservato e dato calcolato.

Quindi, la metodologia, seppur promettente, nel caso di applicazione a dati reali richiede ulteriori approfondimenti, test e convalide su altri dataset.

1 Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è quello di testare metodologie per lo studio superficiale (prime centinaia di metri di profondità) del fondo mare, necessario per l'installazione di piattaforme petrolifere.

Vengono esaminati il Metodo a Rifrazione e la Full Waveform Inversion (FWI) relativa al Metodo a Riflessione per analizzare le loro potenzialità nei casi applicativi in oggetto di studio. Sono stati analizzati tre modelli geologici di fondo mare reperiti dall'Ocean Drilling Program (ODP) e successivamente verrà esaminato un caso reale relativo ad una acquisizione marina nell'Adriatico Centrale.

Il Metodo a Rifrazione, come è ben noto in letteratura, risulta un ottimo strumento di indagine per analisi sismiche molto superficiali (dell'ordine delle decine di metri) in campo ingegneristico. Nella sismica di esplorazione petrolifera, questo metodo non viene utilizzato in quanto l'indagine interessa volumi di sedimenti/rocce di dimensioni estese con un numero elevato di layers; la risposta sismica derivante da strutture geometriche complesse è costituita da un'insieme di segnali che non permettono un'esatta determinazione della dromocrona dei first break a causa degli effetti di interferenza a lunghi offset tra riflessioni e rifrazioni.

In questo caso si è scelto ugualmente di utilizzare tale metodo dato che le profondità massime esaminate (alcune centinaia di metri) sono di un ordine inferiore rispetto a quelle legate all'esplorazione profonda di idrocarburi (alcuni chilometri). Inoltre, viene analizzato un caso particolare, in cui, all'interno del modello geologico considerato, è presente un layer profondo con grande velocità dell'onda compressionale: questo risulta di fondamentale interesse per l'installazione di una piattaforma. Infatti lo strato veloce rappresenterebbe una base solida su cui ancorare le stesse.

Il secondo metodo preso in esame è costituito dalla FWI in cui viene sfruttata l'intera informazione contenuta nel sismogramma (informazione cinematica e dinamica) per la stima dei parametri caratterizzanti il modello geologico (velocità onde P e S, densità, spessore).

La FWI è costituita da un processo iterativo di ottimizzazione locale in cui il dato osservato viene confrontato con un dato calcolato attraverso il forward modelling;

viene così definita una funzione di misfit che viene continuamente aggiornata dal confronto tra dato osservato ed il nuovo modello generato ad ogni iterazione (Lailly, 1983; Tarantola, 1984).

In questi ultimi anni, la FWI viene impiegata, nell'approssimazione acustica e come metodo di minimizzazione locale, per ottenere campi di velocità ad alta risoluzione ai fini di imaging, utili all'operazione di migrazione (Mora, 1987, 1988; Pratt e Worthington, 1990; Pratt *et al.*, 1996; Pratt, 1999).

Parallelamente si svilupparono studi FWI in cui il processo di inversione non è più lineare; in questo tipo di analisi non è disponibile il modello iniziale da cui parte l'inversione ma vengono utilizzate solo alcune informazioni a priori sul modello incognito (Sen e Stoffa, 1991). In questo caso, il processo di ottimizzazione, fortemente non lineare, viene risolto iterativamente tramite metodi globali come il Simulated Annealing (SA) e gli Algoritmi Genetici (GA).

Questo lavoro utilizza la FWI come metodo di inversione non lineare in cui il processo di ottimizzazione è basato sui GA. Inoltre, vengono considerati modelli geologici 1D (le cui proprietà elastiche variano solo nella direzione della profondità) e completamente elastici.

Molto spesso la FWI viene associata alla Teoria della Probabilità per l'analisi stocastica del problema di inversione (Tarantola, 1987). In particolare, questo lavoro si avvale dei concetti della statistica Bayesiana per cercare di stimare le Densità di Probabilità a Posteriori (PPD) dei parametri di ogni singolo layer (Duijndam, 1988).

Per quanto riguarda i risultati di inversione, prima sono stati effettuati dei test per certificare l'esatto funzionamento del codice di inversione sviluppato a partire da un lavoro precedente del Dott. Mattia Aleardi del Dipartimento di Scienze della Terra dell'Università di Pisa.

Per quanto riguarda la struttura della tesi, nella prima parte viene analizzata la teoria riguardante i metodi a riflessione e a rifrazione; inoltre, viene mostrata la procedura seguita per la costruzione di modelli sintetici tramite il software Oases.

Successivamente, viene esaminato il metodo a rifrazione ed in particolare si studia l'influenza dei parametri di spessore e velocità strati, e profondità fondo mare sulla risposta degli arrivi rifratti.

In seguito si fanno alcuni richiami riguardanti la teoria del Problema Inverso,

introducendo in particolare i problemi non lineari ed i metodi globali di risoluzione.

Infine, si sposta l'attenzione sulle basi teoriche della FWI, introducendo anche i principi di Statistica Bayesiana per lo studio di probabilità.

Il capitolo 8 della tesi riguarda i risultati delle prove di inversione; in primis vengono mostrati tre casi sintetici riferiti allo stesso modello geologico di fondo mare derivante dal database ODP. Infine, si analizzano i risultati relativi alle due prove di inversione su dato reale.

2 Accenni teorici di base: metodi a riflessione e rifrazione

2.1 Introduzione

L'obiettivo dell'esplorazione sismica è quello di ottenere informazioni sull'assetto strutturale e sulle caratteristiche fisiche della sottosuperficie a partire da dati sismici, e cioè da dati ottenuti dalla misura dello spostamento delle particelle o dalla misura della variazione di pressione, indotti dal passaggio di onde elastiche.

La sismica a riflessione è il principale metodo sismico attraverso il quale l'industria del petrolio esplora le strutture geologiche che fungono da trappola per idrocarburi nei bacini sedimentari; mentre, il metodo a rifrazione viene usato soprattutto in ambito ingegneristico per indagini superficiali (dell'ordine delle decine di metri).

Entrambi i metodi utilizzano il principio fisico di propagazione delle onde elastiche che viaggiano a differenti velocità nei diversi layers costituenti il sottosuolo. Una sorgente di energia (dinamite, vibroseiss, airgun, ...) produce onde sismiche dirette nel sottosuolo; queste onde si propagano attraverso la struttura stratificata della terra e vengono riflesse/rifratte dalle interfacce separanti mezzi con proprietà elastiche differenti. La risposta dei segnali riflessi e rifratti è registrata dai geofoni (in acquisizioni terrestri) o da idrofoni (in acquisizioni marine).

Il dataset derivante dai metodi sismici consiste di una serie di traveltimes e ampiezze registrati in funzione della distanza. Per entrambi i metodi, le curve che descrivono i traveltimes (dromocrone), dipendono dalle proprietà fisiche dei mezzi e dalle loro geometrie.

L'obiettivo della sismica di esplorazione è quello di ricavare informazioni circa l'assetto geometrico del sottosuolo e le sue proprietà fisiche a partire dai tempi di arrivo osservati e dalle variazioni in ampiezza, frequenza e forma d'onda.

2.2 Teoria dei raggi

Per comprendere i fenomeni legati alla propagazione si ricorre alla Teoria dei raggi, considerando mezzi elastici, isotropi, a geometria semplice ed assumendo una frequenza dell'onda infinita.

Tale teoria rende più intuitiva la comprensione del processo di propagazione delle onde, separando il campo d'onda in raggi elementari individuali e rendendo perciò possibile il tracciamento del percorso di tali raggi nel mezzo attraverso il quale si propaga l'energia.

I raggi sono definiti come le normali al fronte d'onda e quindi puntano nella direzione di propagazione. Nel caso di un fronte d'onda piano, i raggi costituiscono una famiglia di linee rette parallele; nel caso di un fronte d'onda sferico, i raggi si dispongono radialmente a partire dalla sorgente sismica.

2.3 Curve di travel time in riflessione e rifrazione

Assumiamo un'interfaccia riflettente orizzontale alla profondità h che separa un mezzo sovrastante con velocità α_1 e densità ρ_1 , da uno sottostante con velocità α_2 e densità ρ_2 (Figura 2.1). Quando un raggio incide sull'interfaccia, la sua energia si scinde in riflessione e trasmissione. Sapendo che l'energia è proporzionale al quadrato dell'ampiezza, possiamo definire i *coefficienti di riflessione e trasmissione* che quantificano tale scissione:

- Coefficiente di riflessione
$$R = \frac{A_r}{A_i} \quad (2.1)$$

- Coefficiente di trasmissione
$$T = \frac{A_t}{A_i} \quad (2.2)$$

dove A_i è l'ampiezza dell'onda incidente, A_r quella riflessa e A_t quella trasmessa.

I raggi riflesso e rifratto hanno lo stesso *parametro del raggio* p di quello incidente; p è definito come:

$$p = \frac{\sin(\theta_{inc})}{\alpha_1} = \frac{\sin(\theta_{refl})}{\alpha_1} = \frac{\sin(\theta_{refr})}{\alpha_2} = cost \quad (2.3)$$

dove gli angoli che il raggio riflesso e rifratto formano con il piano verticale (θ_{refl} , θ_{refr}) sono governati dalla Legge di Snell.

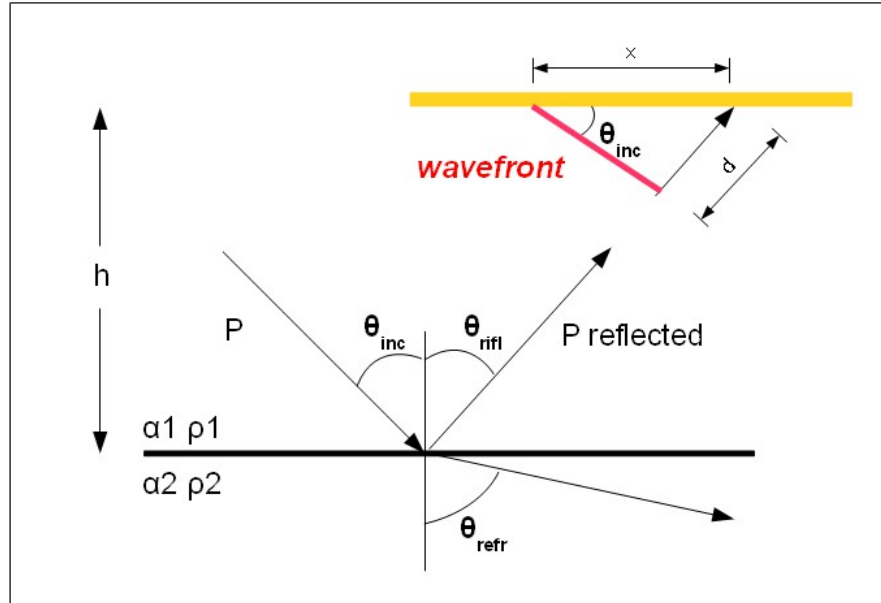


Fig.2.1 Raggio incidente P sull'interfaccia posta a profondità h con generazione di un raggio P riflesso ed uno rifratto. In alto si nota l'incidenza del fronte d'onda sulla superficie.

Consideriamo il fronte d'onda associato al raggio riflesso in Figura 2.1; questo avanzerà di una distanza d nel tempo δt

$$\delta t = \frac{d}{\alpha_1}$$

L'intersezione del fronte d'onda con la superficie viaggia ad una velocità maggiore α_2 rispetto alla velocità sismica del mezzo sovrastante α_1 :

$$\alpha_a = \frac{x}{\delta t} = \frac{d}{\sin(\theta_{inc})} \cdot \frac{1}{\delta t} = \frac{\alpha_1}{\sin(\theta_{inc})} = \frac{1}{p} \quad (2.4)$$

dove α_a è la velocità apparente. Da questa equazione è chiara la provenienza della definizione di *lentezza orizzontale* per il parametro del raggio p .

Se la velocità nel mezzo 2 è maggiore della velocità del mezzo 1, θ_{refr} è maggiore di θ_{refl} . Con θ_{refr} uguale a 90° la Legge di Snell predice una *rifrazione critica* :

$$\frac{\sin(\theta_c)}{\alpha_1} = \frac{\sin(90)}{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_2} \quad (2.5)$$

Questa rifrazione critica è associata ad un'onda che viaggia orizzontalmente immediatamente al di sotto dell'interfaccia. Quest'onda è usualmente definita *onda di testa* ed è caratterizzata dalla capacità di trasmettere energia al mezzo sovrastante in modo continuo mentre viaggia lungo l'interfaccia. Questa energia lascia l'interfaccia con lo stesso angolo di incidenza θ_c , chiamato *angolo critico*:

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) \quad (2.6)$$

Nota che se $\theta_{\text{inc}} > \theta_c$, non si ha trasmissione di energia al mezzo 2 in quanto tutta l'energia viene riflessa all'interno del mezzo 1.

Se $\alpha_1 > \alpha_2$, non si raggiunge l'angolo critico e il raggio rifratto si propaga nel mezzo 2. Il travel time delle onde di testa in funzione della distanza, fornisce una misura diretta della velocità ad una data profondità.

Si considerino i tre raggi mostrati in Figura 2.2. Se $\alpha_2 > \alpha_1$, si avranno tre percorsi principali dei raggi tra la sorgente e il ricevitore: 1) l'arrivo diretto, che viaggia lungo la linea orizzontale che collega la sorgente al ricevitore, 2) l'arrivo riflesso, e 3) un'onda di testa. Ci saranno anche altri tipi di raggi all'interno di questo layer, come ad esempio le riflessioni multiple ed i segnali convertiti.

Il travel time dell'arrivo diretto è dato da:

$$T = \frac{x}{\alpha_1} = x \cdot p \quad (2.7)$$

Il travel time per l'arrivo riflesso è dato da:

$$T = \frac{2 \cdot h}{\cos(\theta_{inc})} \cdot \frac{1}{\alpha_1} \quad (2.8)$$

dove h è lo spessore del layer 1.

Infine, per l'onda di testa il travel time è:

$$T = \frac{r}{\alpha_2} + \frac{2 \cdot h}{\cos(\theta_c)} \cdot \frac{1}{\alpha_1} \quad (2.9)$$

Il secondo termine della (2.9) è uguale all'equazione (2.8) degli arrivi riflessi quando $\theta_{inc} = \theta_c$.

Quindi, il primo arrivo rifratto si avrà per $r = 0$, con un travel time uguale a quello dell'arrivo riflesso.

Mentre a piccoli offset si registrano solo onde dirette e riflesse, all'aumentare di x , solo il termine r / α_2 dell'equazione (2.9) cambierà e l'onda di testa viaggerà lungo la superficie con velocità α_2 .

Questa caratteristica propagazione permette di semplificare la (2.9) sapendo che

$$r = (x - 2 \cdot h \cdot \tan(\theta_c)) \quad \text{e} \quad \sin(\theta_c) = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} :$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{2 \cdot h}{\cos(\theta_c)} \cdot \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \left(x - \frac{2 \cdot h \cdot \alpha_1}{\alpha_2 \cdot \cos(\theta_c)} \right) = \\ &= \frac{2 \cdot h}{\cos(\theta_c)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2^2} \right) + \frac{x}{\alpha_2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

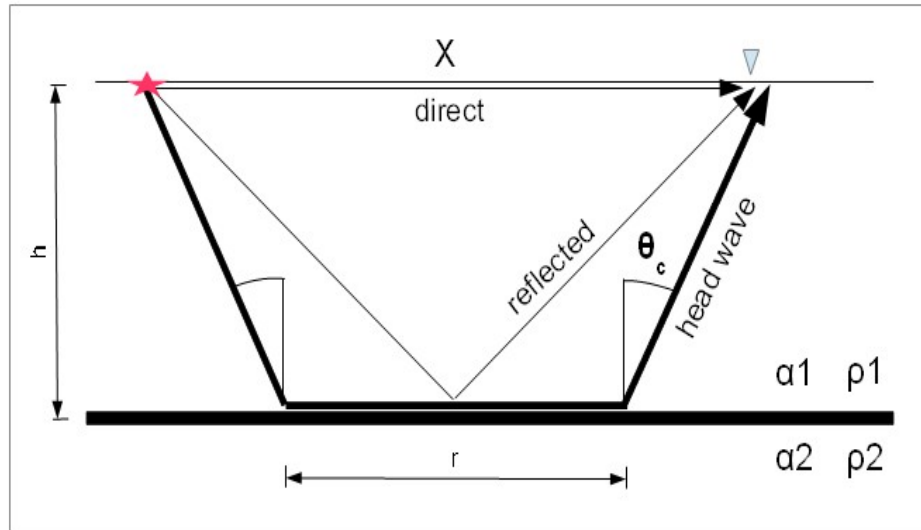


Fig.2.2 Arrivi diretto, riflesso e rifratto (onda di testa) in un modello a due strati con velocità $\alpha_1 < \alpha_2$

Ricordando che $1/\alpha_2 = p$ e $\cos(\theta_c) = (1 - \sin^2(\theta_c))^{1/2} = (1 - \alpha_1^2 p^2)^{1/2}$, possiamo riscrivere l'equazione (2.10) come:

$$T = x \cdot p + 2 \cdot h \cdot \eta_1 \quad (2.11)$$

dove $\eta_1 = (1 - p^2 \cdot \alpha_1^2)^{1/2} / \alpha_1$.

Questa equazione rappresenta il travel time in una forma estremamente semplice perchè tratta separatamente il percorso orizzontale del raggio da quello verticale.

Le equazioni (2.7), (2.8) e (2.11) determinano la curva di travel time. La Figura 2.3 mostra la curva di travel time dei principali raggi, data la struttura di Figura 2.2: a piccole distanze si hanno soltanto gli arrivi diretti e riflessi. Gli arrivi diretti sono descritti da una linea retta, con una pendenza pari a

$$dT/dX = p = 1/\alpha_1.$$

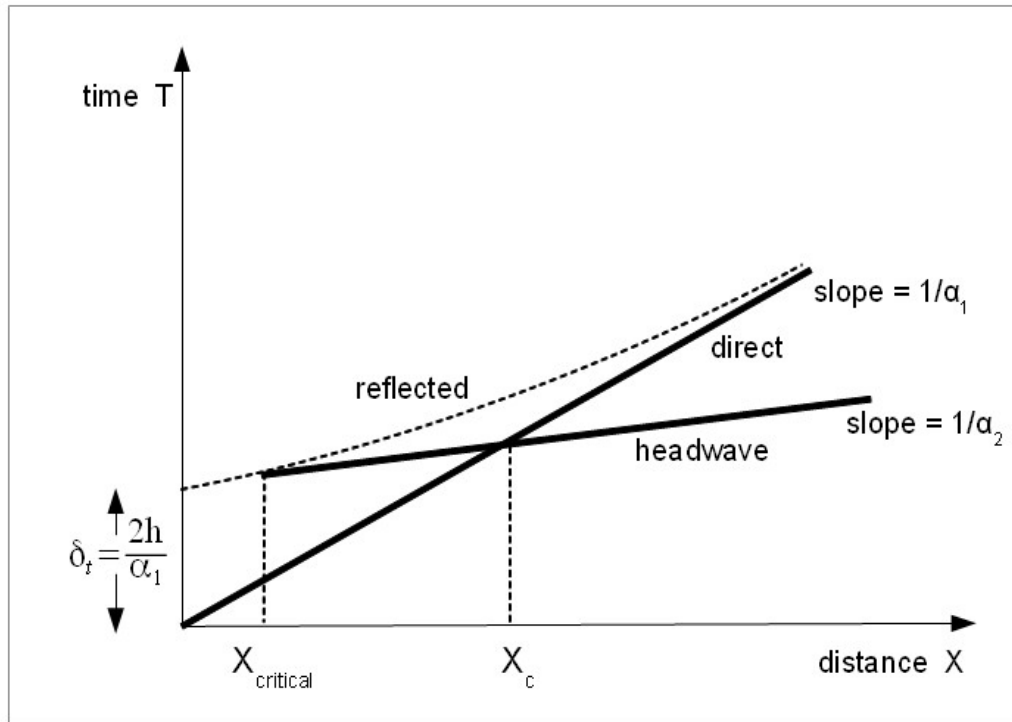


Fig.2.3 Curva di traveltime generata dalla struttura rappresentata in Figura 2

Il travel time dell'arrivo riflesso è descritto da una iperbole che intercetta l'asse T (a $x = 0$) al tempo $2 \cdot h / \alpha_1$. A grandi offset la curva degli arrivi riflessi diventa asintotica agli arrivi diretti; il travel time associato alle onde di testa ha inizio alla distanza $X_{critical} = 2 \cdot h \cdot \tan(\theta_c)$. L'arrivo delle onde di testa è una linea retta con pendenza

$$dT/dX = p = 1/\alpha_2 \text{ .}$$

Dal momento che le onde di testa viaggiano con una velocità apparente maggiore, esse diventano i primi arrivi; gli arrivi diretti costituiscono i primi arrivi fino alla cosiddetta *distanza di cross-over* X_c , dopo la quale le onde di testa rappresentano i primi arrivi. Il punto di sorpasso dell'arrivo rifratto su quello diretto è definito *punto di ginocchio*.

La distanza X_c è il punto in cui i travel times dell'onda di testa e dell'onda diretta si eguagliano:

$$T_{diretta} = T_{testa} \quad \frac{X_c}{\alpha_1} = \frac{X_c}{\alpha_2} + 2 \cdot h \cdot \eta_1 \quad X_c = 2 \cdot h \cdot \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot \eta_1$$

$$X_c = 2 \cdot h \cdot \sqrt{\frac{\alpha_2 + \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}} \quad (2.12)$$

Le equazioni dei travel times possono essere generalizzate al caso di n-layers. Consideriamo l'esempio di un modello a 3 strati in Figura 2.4.

Per prima cosa, consideriamo i percorsi dell'onda di testa dal punto A al punto B (una distanza orizzontale $y = x - 2 \cdot \Delta x$):

$$t' = y \cdot p + 2 \cdot h_2 \cdot \eta_2 \quad \text{dove} \quad p = \frac{1}{\alpha_3} = \frac{\sin(\theta_c)}{\alpha_2}$$

Poi consideriamo il travel time nel layer 1:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{D}{\alpha_1} = \frac{D \cdot (\sin^2(j) + \cos^2(j))}{\alpha_1} = \\ &= D \cdot \sin(j) \cdot \left(\frac{\sin(j)}{\alpha_1} \right) + D \cdot \cos(j) \cdot \left(\frac{\cos(j)}{\alpha_1} \right) = \\ &= \Delta x \cdot p + h_1 \cdot \eta_1 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\text{dove } \Delta x = D \cdot \sin(j) \quad , \quad p = \frac{\sin(j)}{\alpha_1} \quad , \quad h_1 = D \cdot \cos(j) \quad ,$$

$$\eta_1 = \frac{\cos(j)}{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_1} \cdot (1 - \alpha_1^2 p^2)^{1/2} \quad .$$

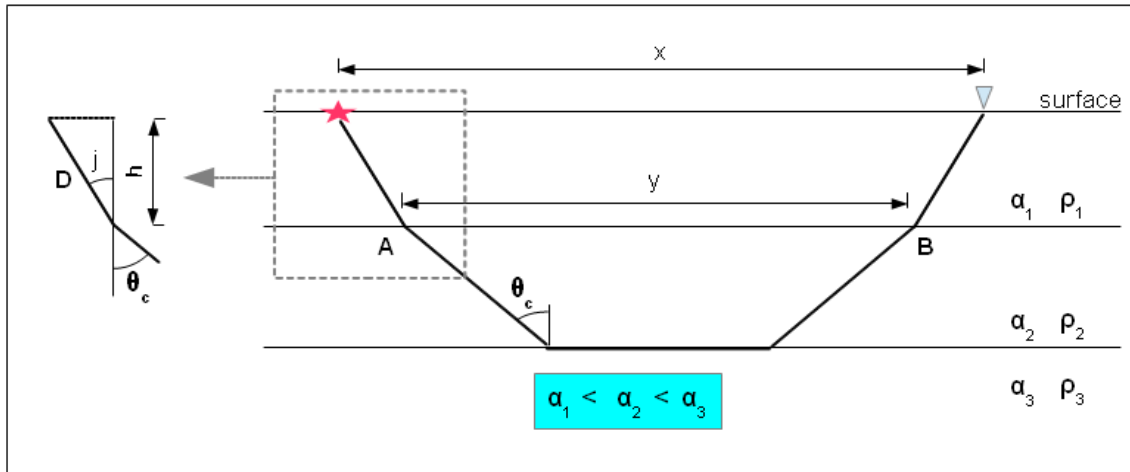


Fig.2.4 Percorso dell'onda di testa in un modello a 3 strati

Quindi possiamo scrivere:

$$T = t' + 2 \Delta t = p \cdot x + \sum_{i=1}^2 h_i \cdot \eta_i \quad (2.14)$$

che può essere generalizzato ad n-layers:

$$T = p \cdot x + 2 \cdot \sum_{i=1}^n h_i \cdot \eta_i \quad (2.15)$$

Se la velocità α aumenta con la profondità, la curva dei travel time avrà più punti di ginocchio e la dromocrona è caratterizzata da una spezzata con segmenti a pendenza decrescente (Figura 2.5).

E' necessario citare due casi particolari che complicano l'interpretazione delle curve di travel time.

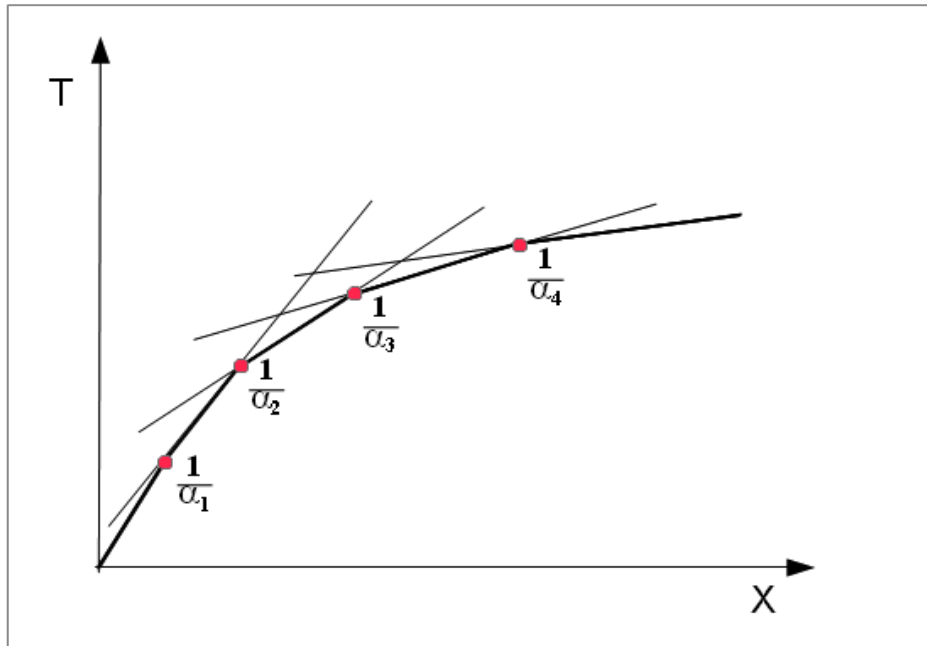


Fig.2.5 *Curva di travel time per un modello stratificato a velocità crescente.*

Il primo è il caso di una zona a bassa velocità. Consideriamo il modello mostrato in Figura 2.6, dove la velocità del mezzo 2 è minore rispetto a quella del mezzo sovrastante ($\alpha_2 < \alpha_1$). In questo caso non è generata nessuna onda di testa lungo l'interfaccia separante i due mezzi; osserveremo, perciò, l'arrivo diretto e l'onda di testa proveniente soltanto dall'interfaccia separante il mezzo 2 dal mezzo 3.

Le corrispondenti equazioni di travel time per l'onda diretta e l'onda di testa sono:

$$T = p \cdot x, \quad \text{dove} \quad p = \frac{1}{\alpha_1} \quad (2.16)$$

$$T = p \cdot x + 2 \cdot h_1 \cdot \eta_1 + 2 \cdot h_2 \cdot \eta_2 \quad (2.17)$$

dove $p = \frac{1}{\alpha_3}$.

Dal momento che la curva di travel time presenta soltanto un punto di ginocchio, questa può essere interpretata come risposta di un modello costituito da un singolo

layer di spessore h con velocità α_1 sovrastante un mezzo con velocità α_3 .

Lo spessore stimato dalla distanza di cross-over è $h_1 + h_2 \cdot (\eta_2 / \eta_1)$, che porta ad una sovrastima della reale profondità dell'interfaccia separante i mezzi 2 e 3.

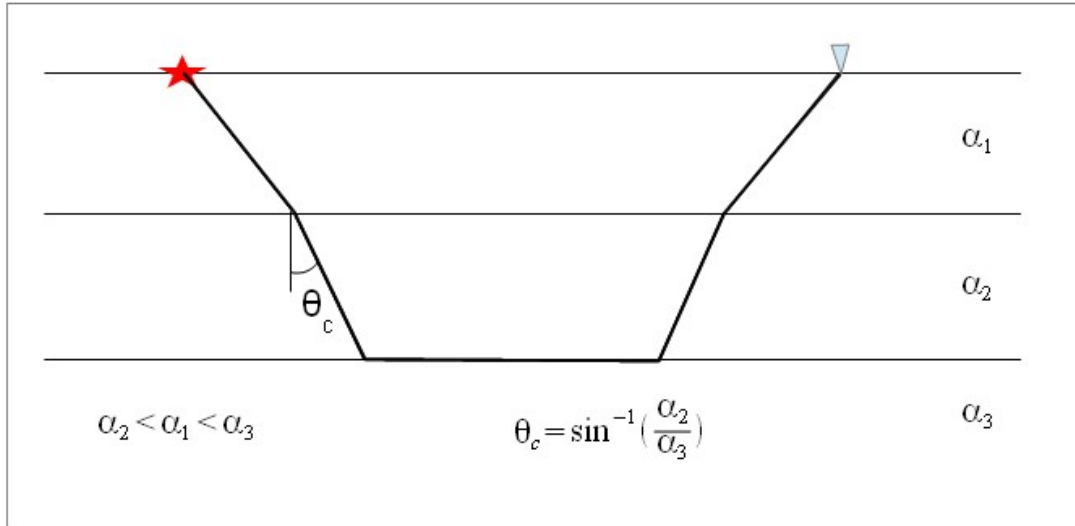


Fig.2.6 Percorso del raggio per un modello con uno strato a bassa velocità.

Un altro caso particolare chiamato *zona cieca* si verifica quando un layer è talmente poco spesso da non riuscire a generare onde di testa come primi arrivi. Consideriamo il modello mostrato in Figura 2.7 (a): i travel times dei due raggi sono

$$T_1 = p \cdot x + 2 \cdot h_1 \cdot \eta_1 \quad (2.18)$$

dove $p = \frac{1}{\alpha_2}$;

$$T_2 = p \cdot x + 2 \cdot h_1 \cdot \eta_1 + 2 \cdot h_2 \cdot \eta_2 \quad (2.19)$$

dove $p = \frac{1}{\alpha_3}$.

Da notare che η_1 calcolato per il raggio 1 è diverso da η_1 calcolato per il raggio 2, in

quanto p nei due casi è definito diversamente. Per particolari combinazioni di α_2 , α_3 e h_2 , la curva di travel time sarà simile a quella mostrata in Figura 2.7 (b), dove l'onda di testa con pendenza $1/\alpha_2$ non viene osservata come primo arrivo. Questo può accadere nel caso in cui α_2/α_1 non sia tanto più grande di 1 o se h_2 è molto piccolo.

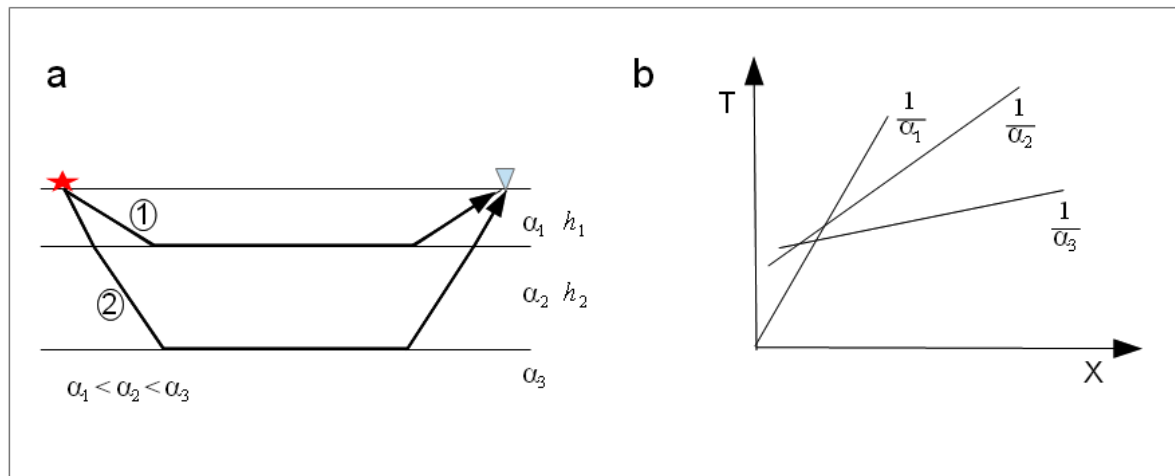


Fig.2.7 Percorso e corrispondente curva di travel time per una 'zona cieca'. L'individuazione del primo arrivo con lentezza $1/\alpha_2$ dipende dallo spessore dello strato e dai contrasti di velocità coinvolti.

All'aumentare dello spessore h_2 , il punto di ginocchio associato al layer 3 viene ritardato, quindi è possibile individuare l'onda di testa con pendenza $1/\alpha_2$ come primo arrivo, anche se su di un range limitato di offset.

2.4 Risoluzione sismica

La risoluzione è la capacità di distinguere le proprietà di due o più elementi vicini. Esistono due tipi di risoluzione sismica: risoluzione verticale ed orizzontale.

La risoluzione verticale dipende da diversi fattori come lo spessore dello strato da rilevare, la frequenza del segnale utilizzato nell'indagine e la velocità di propagazione. La lunghezza d'onda dominante λ del segnale sismico è data dal rapporto tra la velocità di propagazione v e la frequenza dominante f :

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

La soglia considerata limite per una buona risoluzione verticale è $\lambda/4$. M.B.Widess (1973) afferma che quando lo spessore di uno strato è sufficientemente grande da permettere la riflessione di ordine individuali da ognuna delle due interfacce (top e bottom), ottenendo così due segnali distinti in tempi, la traccia registrata porta il

massimo dell'informazione per ciascuna delle interfacce (Figura 2.8).

Le tracce di Figura 2.8 (b) mostrano le riflessioni da uno strato progressivamente più fine. Le velocità dei mezzi soprastanti e sottostanti il layer in studio sono di 2000 m/s, mentre la velocità del layer stesso è pari a 2500 m/s.

Le risposte R_1 e R_2 , riflesse dal top e dal bottom dello strato, sono mostrate in Figura

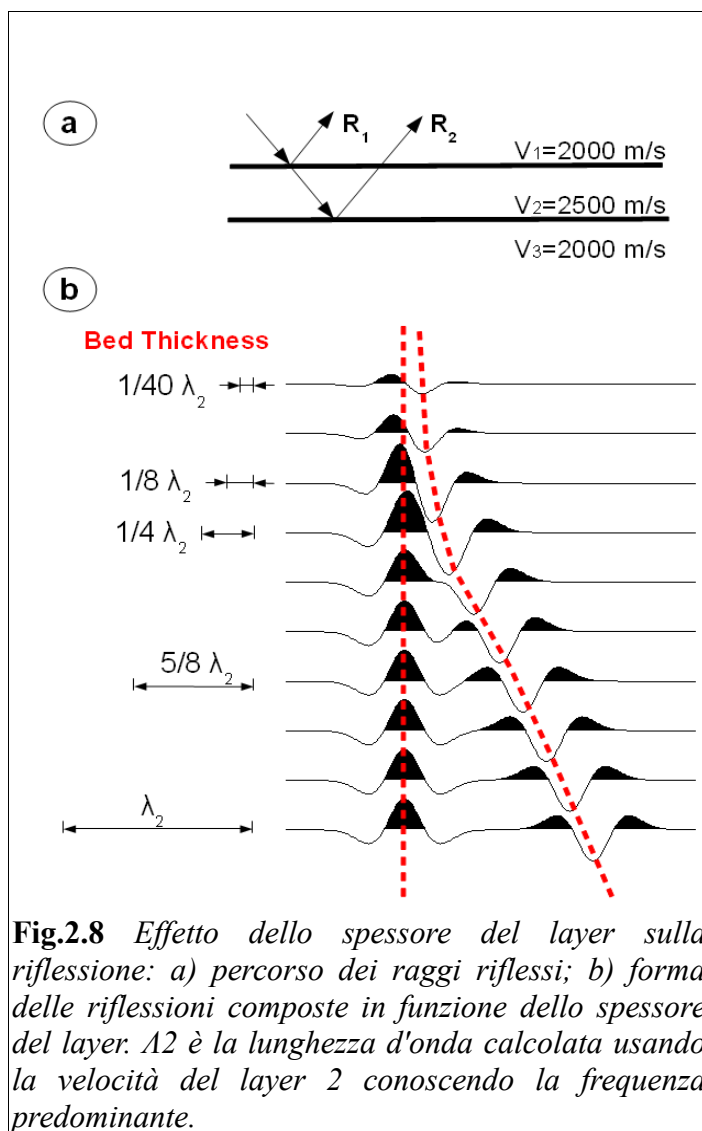


Fig.2.8 Effetto dello spessore del layer sulla riflessione: a) percorso dei raggi riflessi; b) forma delle riflessioni composte in funzione dello spessore del layer. λ_2 è la lunghezza d'onda calcolata usando la velocità del layer 2 conoscendo la frequenza predominante.

2.8 (a); vengono trascurati gli eventi multipli.

Le tracce di Figura 2.8 (b) sono derivate matematicamente calcolando R_1 e R_2 nel tempo ai corrispondenti spessori spaziali. Le tracce mostrano interferenza costruttiva tra le riflessioni derivanti dal top e dal bottom dello strato per uno spessore pari a $\lambda/4$.

Nel caso di incidenza verticale e trascurando le variazioni di densità tra gli strati, Widness (1963) dimostra che l'interferenza è sempre costruttiva fino ad uno spessore minimo di $\lambda/8$ oltre il quale si ha interferenza distruttiva. Quindi, Widness (1973) pone la soglia teorica di risoluzione verticale a $\lambda/8$.

La risoluzione orizzontale si riferisce a quanto due punti, giacenti sulla stessa superficie riflettente, possano essere vicini e distinguibili. Si consideri un fronte d'onda sferico incidente su un riflettore piano posto orizzontalmente alla profondità z_0 (Figura 2.9). L'energia riflessa dal punto O, sulla verticale della sorgente S, arriva dopo un tempo t_0 :

$$t_0 = \frac{2 \cdot z_0}{v}.$$

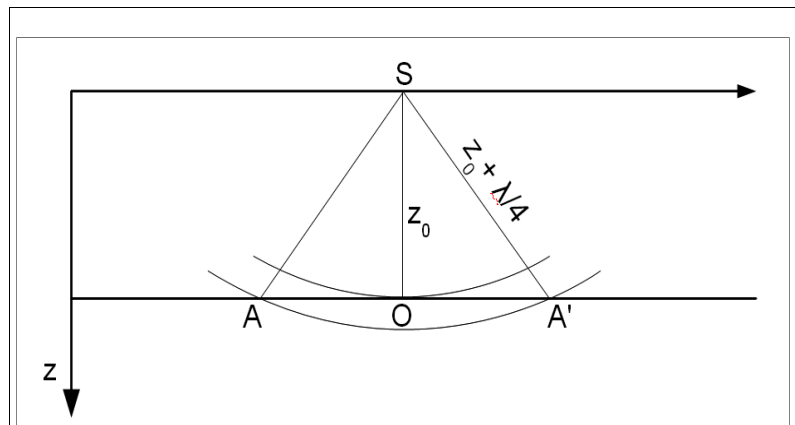


Fig.2.9 Definizione della prima zona di Fresnel: si tratta dell'area rappresentata dal disco con raggio \overline{OA} in cui tutti i segnali riflessi da tale area subiscono fenomeni di interferenza costruttiva. All'interno di questa area non si riescono a risolvere punti distinti.

Se il fronte d'onda avanza di una quantità pari a $\lambda/4$, l'energia riflessa dai punti A e A', che si trovano sullo stesso riflettore, arriva al ricevitore dopo un tempo t_1

$$t_1 = \left(\frac{2}{v}\right) \cdot \left(z_0 + \frac{\lambda}{4}\right) .$$

L'energia riflessa da tutti i punti interni al disco riflettente di raggio \overline{OA} arriva in un intervallo di tempo compreso tra t_0 e t_1 , interferendo costruttivamente; in questo modo i punti interni a tale zona risultano indistinguibili. Il disco riflettente di diametro $\overline{AA'}$ è detto *prima zona di Fresnel* (Sheriff, 1991) e rappresenta il limite della risoluzione laterale.

3 Costruzione di sismogrammi sintetici a partire da modelli geologici reali

3.1 Tre modelli di fondo mare

Dato l'obiettivo del lavoro di tesi, sono stati scelti esclusivamente modelli geologici di fondo mare; questi sono stati selezionati tra quelli proposti dalla Dott.ssa Tania Ciaccio nella sua Tesi di Laurea "Analisi cinematica e dinamica di eventi sismici convertiti in successioni sedimentarie di ambiente marino".

I modelli analizzati sono 3 (con Leg si indica il sito di indagine):

- Leg 194-sito1195B (Figura 3.1), lungo il margine della piattaforma continentale australiana, dove la colonna d'acqua raggiunge uno spessore di 420.0 m e i sedimenti sono di natura carbonatica (Modello 1).
- Leg 201-sito1229A (Figura 3.2), sulla piattaforma continentale del Perù ad una profondità di 150.5 m dal livello del medio mare (l.m.m.) dove i sedimenti principali sono le argille fino ad una profondità di 160.0 m al di sotto del fondo mare e le sabbie fino ad una profondità di 180.0 m (Modello 2).
- Leg 174-sito1072A (Figura 3.3), posizionato sul margine esterno della piattaforma continentale del New Jersey, a 98.1 m di profondità dal livello del medio mare (l.m.m.) e costituito dall'alternanza di sabbie e argille per uno spessore totale di 280.0 m (Modello 3).

I dati sopra descritti sono reperibili nel database dell' "*Ocean Drilling Program ODP*" (<http://www.oceandrilling.org>), un programma di ricerca internazionale dedicato alla ricostruzione della storia e della struttura del nostro pianeta attraverso lo studio di sedimenti e rocce campionate mediante perforazioni oceaniche e in ambiente marino.

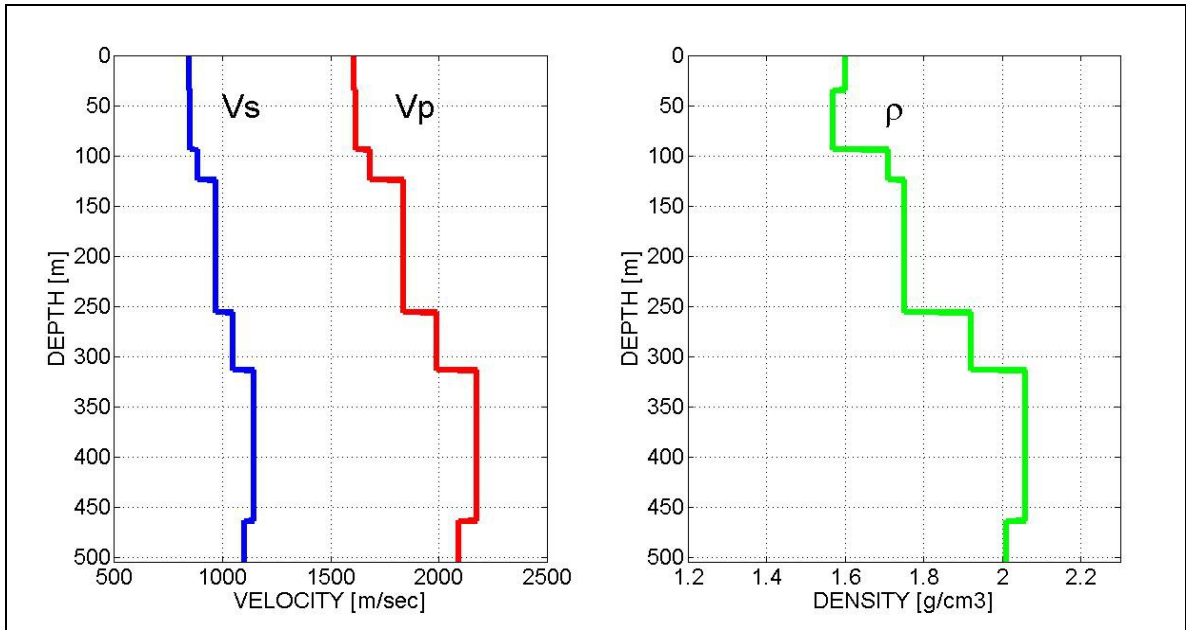


Fig. 3.1 Profili di velocità V_P , V_S e densità ρ del modello 1. Le velocità seguono lo stesso trend di crescita, presentando, nella parte finale un'inversione di velocità in corrispondenza con un'inversione di densità. Il valore zero nell'asse delle profondità coincide con il fondo mare.

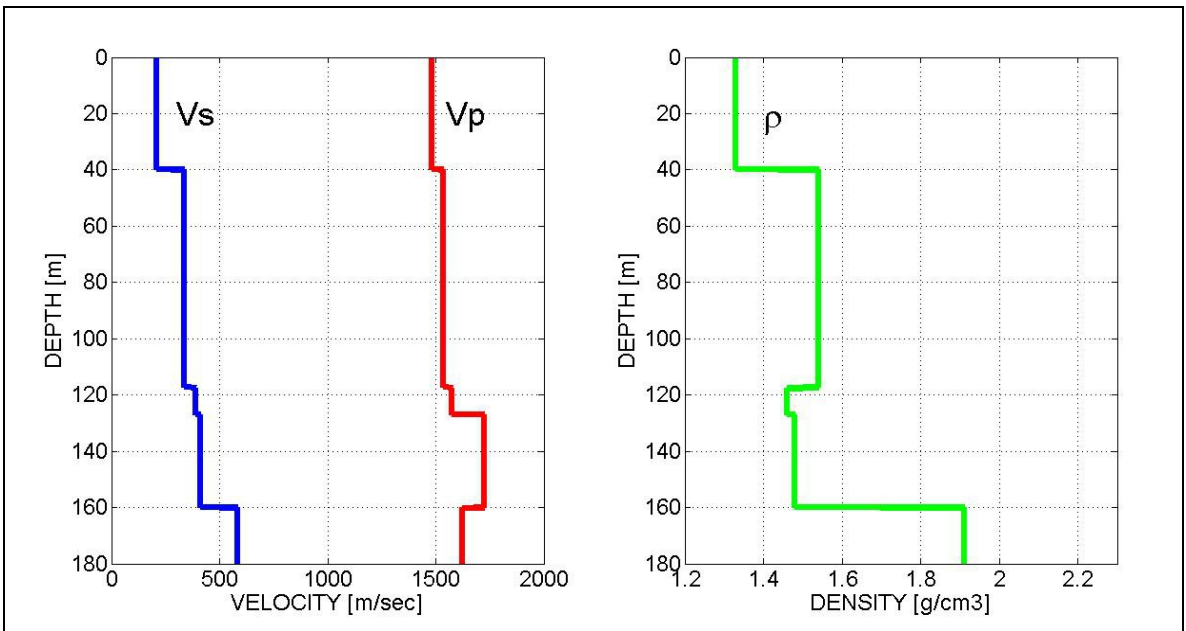


Fig. 3.2 Profili di velocità V_P , V_S e densità ρ nel modello 2. Si osserva un incremento continuo di V_S , mentre la V_P presenta un'inversione di velocità a 180 m di profondità. La densità presenta un'inversione tra 120 m e 160 m circa. Il valore zero nell'asse delle profondità coincide con il fondo mare.

Le proprietà fisiche ricavabili dai Leg sopra citati sono: la velocità delle onde compressionali P (V_P) e la densità (ρ); per quanto riguarda la velocità delle onde di taglio S (V_S), non essendo disponibile, è stata calcolata attraverso formule empiriche (Hamilton, 1976 e Shell, 1958) in funzione della litologia, profondità e pressione efficace a cui si trova il sedimento.

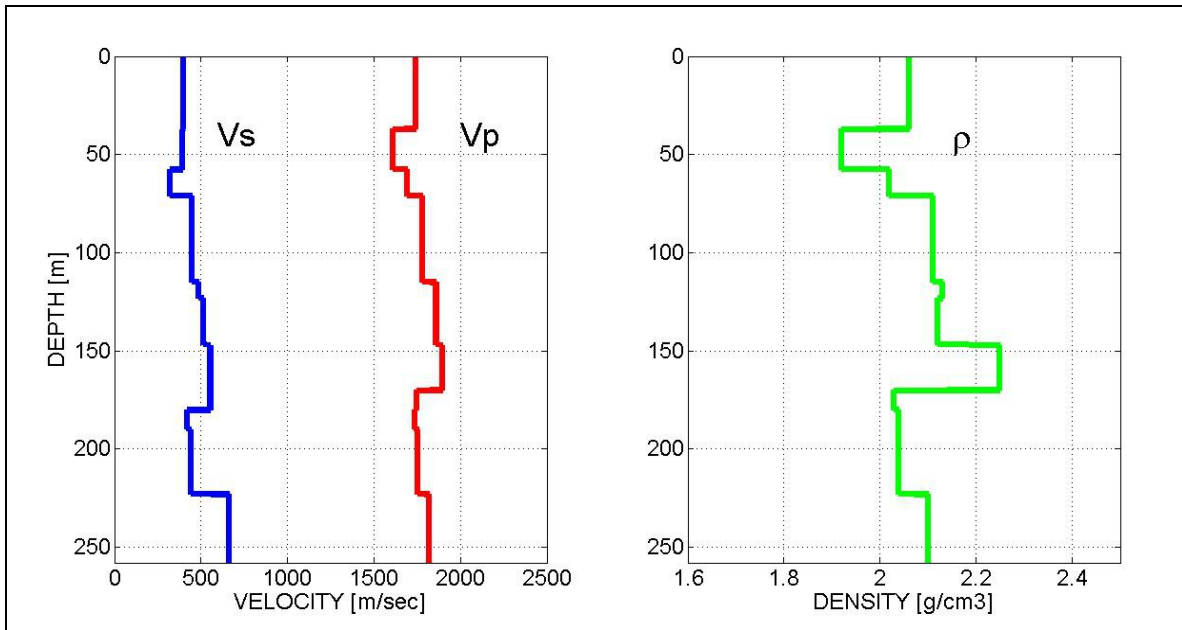


Fig. 3.3 Profili di velocità V_P , V_S e densità Rho del modello 3. Il valore zero nell'asse delle profondità coincide con il fondo mare.

3.2 Oases: calcolo dei sismogrammi sintetici di fondo mare

Per la realizzazione dei sismogrammi sintetici è stato utilizzato il software Oases, basato sul metodo di riflettività di Kennet (1983), in grado di simulare la propagazione di un fronte d'onda sismico in mezzi 1D, dove le proprietà fisiche variano solo lungo la direzione verticale.

La generazione dei sismogrammi segue 3 step:

- inserimento dei dati del modello in un file testuale;
- calcolo della traccia di riflettività;
- convoluzione dell'ondina sorgente con la traccia di riflettività e conversione in formato Matlab .

3.2.1 Inserimento dati, calcolo della tracce e visualizzazione

E' necessario creare un database in cui vengono inseriti i parametri di acquisizione e le caratteristiche del modello. Il file testuale è strutturato in blocchi (Figura 3.4):

- BLOCCO I: nome del modello considerato;
- BLOCCO II: opzioni di output. Nel caso in cui si ipotizzi l'utilizzo di idrofoni, l'opzione K J F restituisce la misura di variazione di pressione acustica;
- BLOCCO III: frequenza centrale dell'ondina sorgente, espressa in Hz. In questo lavoro si utilizzano frequenze di 30 e 60 Hz;
- BLOCCO IV: la prima riga identifica il numero di layers del modello, mentre le successive indicano le proprietà di ogni singolo layer; all'interno di ognuna di queste righe si osserva: 1) la profondità dell'interfaccia dal l.m.m.(livello medio mare), espressa in metri, 2) la velocità delle onde compressionali, in m/s, 3) la velocità delle onde di taglio in m/s, 4) il coefficiente di attenuazione delle onde compressionali, espresso in dB/ λ , 5) il coefficiente di attenuazione delle onde di taglio, in dB/ λ , 6) la densità, in g/cm³, 7) la rugosità dell'interfaccia riflettente. Attraverso Oases sono stati creati solo modelli elastici considerando nulli i coefficienti di attenuazione e di rugosità.
- BLOCCO V: profondità della sorgente, che è stata posta a 5 m sotto il l.m.m.
- BLOCCO VI: profondità del primo e dell'ultimo ricevitore, posti entrambi a 8 m sotto il l.m.m.
- BLOCCO VII: velocità di fase minima e massima, numero di campioni di numeri d'onda (inserendo -1 il software lo calcola in automatico);
- BLOCCO VIII: numero di campioni temporali (in potenza di 2), banda di frequenza (Hz), passo di campionamento temporale (sec), offset del primo ricevitore (Km), passo di campionamento spaziale (Km) e numero di ricevitori.

```

Modello_Geologico_Leg_174
K J F
60 0
9
0 0 0 0 0 0 0 # numero di strati
0 1500 0 0 0 1.0 0 # aria
420 1608 847 0 0 1.6 0 # strato 1
454.5 1616 851 0 0 1.57 0 # strato 2
513.9 1683 886 0 0 1.71 0 # strato 3
543.9 1839 968 0 0 1.75 0 # strato 4
675.9 1991 1048 0 0 1.92 0 # strato 5
733.5 2178 1146 0 0 2.06 0 # strato 6
883.3 2094 1102 0 0 2.01 0 # strato 7
5 # strato 8
8.0 8.0 1 # profondità sorgente
100 1E8 # profondità ricevitori
-1 1 950 0
8192 2 150 0.001 0.1 0.05 200

```

Fig. 3.4 File di testo del modello 1, per l'inserimento dei dati su Oases.

Il tempo totale di calcolo dipende principalmente dal numero di strati, dal numero di campioni temporali e dalla banda di frequenza utilizzata. Aumentando il loro valore aumenta il tempo necessario al software per calcolare il sismogramma sintetico.

Il calcolo della traccia di riflettività viene eseguito attraverso il modulo Oases-Oasp, che, a partire dai dati forniti nel file testuale calcola la traccia di riflettività ad esso relativa.

La traccia di riflettività viene convoluta con un tipo di ondina scelto dall'utente, ottenendo così un file leggibile in Matlab contenente il sismogramma generato.

Per la visualizzazione dei sismogrammi è consigliabile importare il file di output in Promax; ciò viene eseguito attraverso due operazioni svolte in Matlab:

- scrittura delle header, ovvero definizione di alcune informazioni aggiuntive del dato (numero totale di tracce, numero di campioni per traccia, passo di campionamento temporale, ...);
- conversione dei dati in formato .seggy , mediante la funzione Matlab 'writeseggy'.

L'utilizzo di questo software permette una rapida elaborazione del segnale ed una più accurata osservazione del sismogramma sintetico (Figura 3.5).

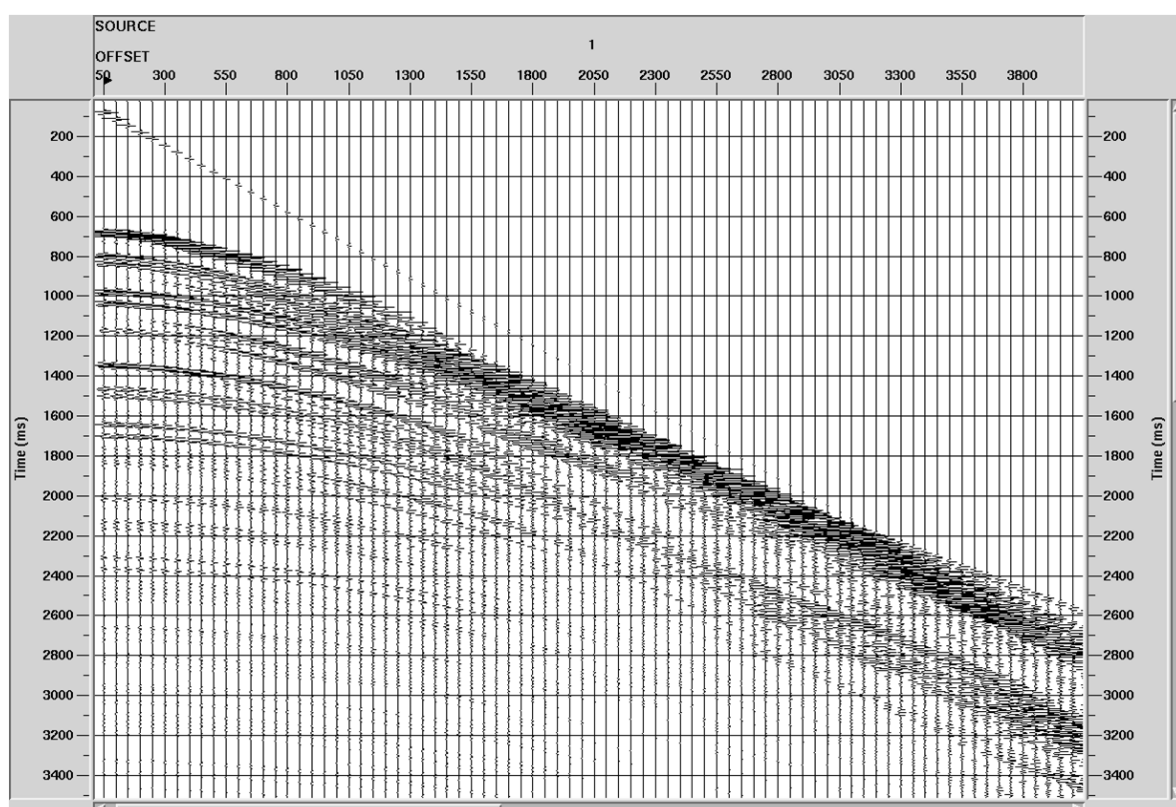


Fig. 3.5 Visualizzazione su Promax del sismogramma sintetico relativo al modello 1, in cui il fondo mare è a 420 metri sotto il livello del medio mare e la frequenza centrale utilizzata è 60 Hz.

4 Applicazione del metodo a rifrazione

4.1 Rapida visualizzazione di eventi rifratti

Per lo studio della rifrazione come metodo in grado di restituire informazioni sulla V_P , è stato generato uno script in Matlab che, dato un modello 1D costituito da strati con diversi spessori h e velocità delle onde compressionali V_P , permette la visualizzazione immediata, esclusivamente, dei possibili arrivi rifratti.

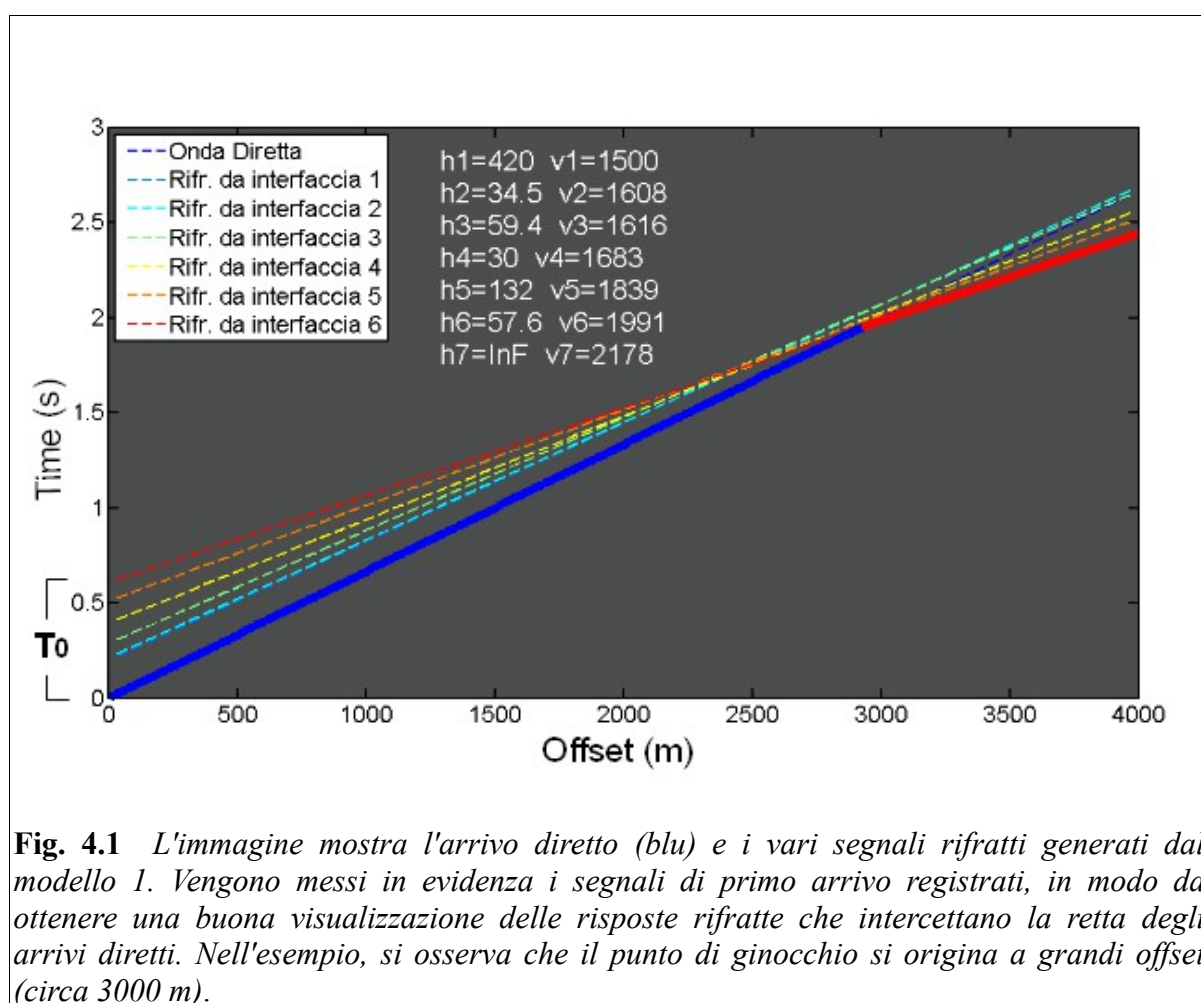


Fig. 4.1 L'immagine mostra l'arrivo diretto (blu) e i vari segnali rifratti generati dal modello 1. Vengono messi in evidenza i segnali di primo arrivo registrati, in modo da ottenere una buona visualizzazione delle risposte rifratte che intercettano la retta degli arrivi diretti. Nell'esempio, si osserva che il punto di ginocchio si origina a grandi offset (circa 3000 m).

Nei modelli che presentano inversione di velocità con la profondità, si è scelto di sostituire la diminuzione di velocità con un piccolo incremento di V_P , in modo da ottenere modelli a velocità crescente con la profondità per evitare l'ulteriore problema

della presenza di uno strato con inversione di velocità.

E' stato possibile ricostruire la dromocrona dei primi arrivi implementando l'equazione (2.15) per i tre modelli geologici analizzati.

Come si osserva in Figura 4.1, risulta speditiva la visualizzazione delle rette rifratte con pendenza $1/V_P$, dove V_P è la velocità del layer sottostante l'interfaccia che genera la rifrazione; l'intercetta della retta rappresentante l'arrivo rifratto con l'asse dei tempi, ad offset zero, determina il T_0 . Lo scopo è quello di mostrare gli arrivi rifratti non ben visibili nel sismogramma o addirittura indistinguibili (Figura 4.2).

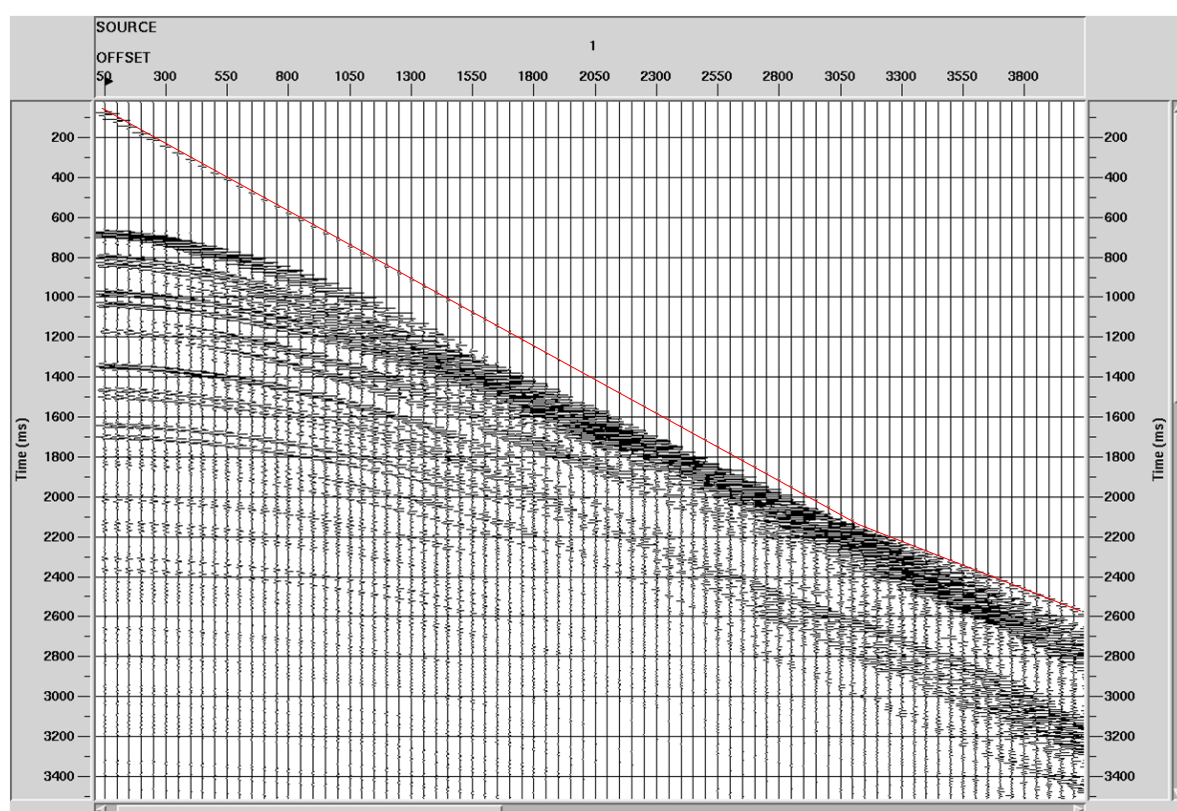


Fig. 4.2 Sismogramma sintetico del modello 1, generato in Oases e visualizzato in Promax, dove viene fatto il picking dei primi arrivi (in rosso).

Come riprova della bontà del lavoro, al modello calcolato in Matlab viene sovrapposto il picking dei primi arrivi, eseguito in Promax, sul sismogramma sintetico corrispondente (vedi Figura 4.3).

Questo studio ha permesso una prima analisi dei sismogrammi sintetici relativi ai tre modelli di fondo mare scelti. In Figura 4.4 si può osservare il modello 2: si nota molto

chiaramente che il primo arrivo è costituito dall'arrivo diretto fino al punto di ginocchio generato dalla presenza di un rifrattore profondo ad alta velocità ($V_P = 1724$ m/s).

In questo caso gli arrivi rifratti ci restituiscono un modello a due velocità, e in particolare un modello a due strati con lo strato superiore a velocità $V_{P1} = 1500$ m/s ricavata dalla pendenza degli arrivi diretti e uno strato inferiore con velocità maggiore $V_{P2} = 1724$ m/s. Questo errore di interpretazione ricade in quel fenomeno descritto nel paragrafo 2.1, definito come *zona cieca*; infatti, il modello reale rappresentato è costituito da cinque strati (comprendendo anche lo strato di acqua) e, in base al picking osservato, potrebbe essere interpretato come un modello semplice a due layer.

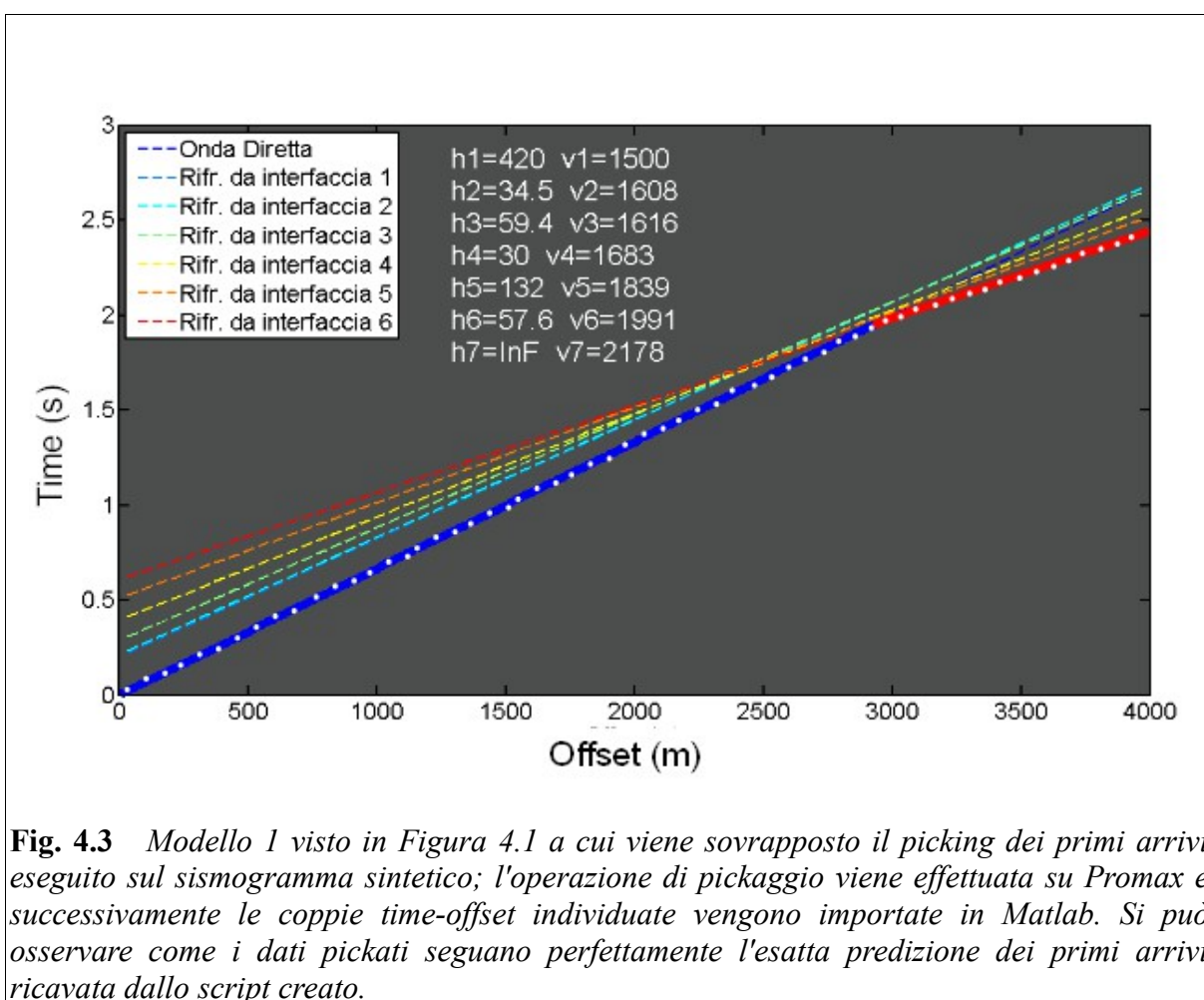


Fig. 4.3 Modello 1 visto in Figura 4.1 a cui viene sovrapposto il picking dei primi arrivi eseguito sul sismogramma sintetico; l'operazione di pickaggio viene effettuata su Promax e successivamente le coppie time-offset individuate vengono importate in Matlab. Si può osservare come i dati pickati seguano perfettamente l'esatta predizione dei primi arrivi ricavata dallo script creato.

Lo stesso tipo di studio è stato affrontato per tutti i modelli; inoltre si è provato a

modificare sia le geometrie del modello geologico (spessori layers), andando a variare anche la profondità del fondo mare, sia la struttura di velocità.

Si osserva che:

- a parità di modello, uno spessore di acqua di 50 m genera una corta *distanza di cross-over* X_c tale da permettere la visualizzazione degli eventi rifratti; in Figura 4.5 si osserva la differenza tra un fondale posto a 50 m di profondità e un altro posto a 500 m per il modello 1;
- aumentando lo spessore degli strati, lasciando invariate le velocità, si va ad aumentare la probabilità di registrare più eventi rifratti, dato che si aumenta la distanza tra un rifrattore e l'altro, permettendo l'ascolto di ogni singola rifrazione. In Figura 4.6 si nota la variazione di spessore per il modello 1 in cui il fondo mare è posto alla profondità di 50 m;
- aumentando le velocità V_P dei singoli layers, le rette, rappresentanti gli arrivi rifratti, risultano maggiormente inclinate emergendo, così, ad offset minori.

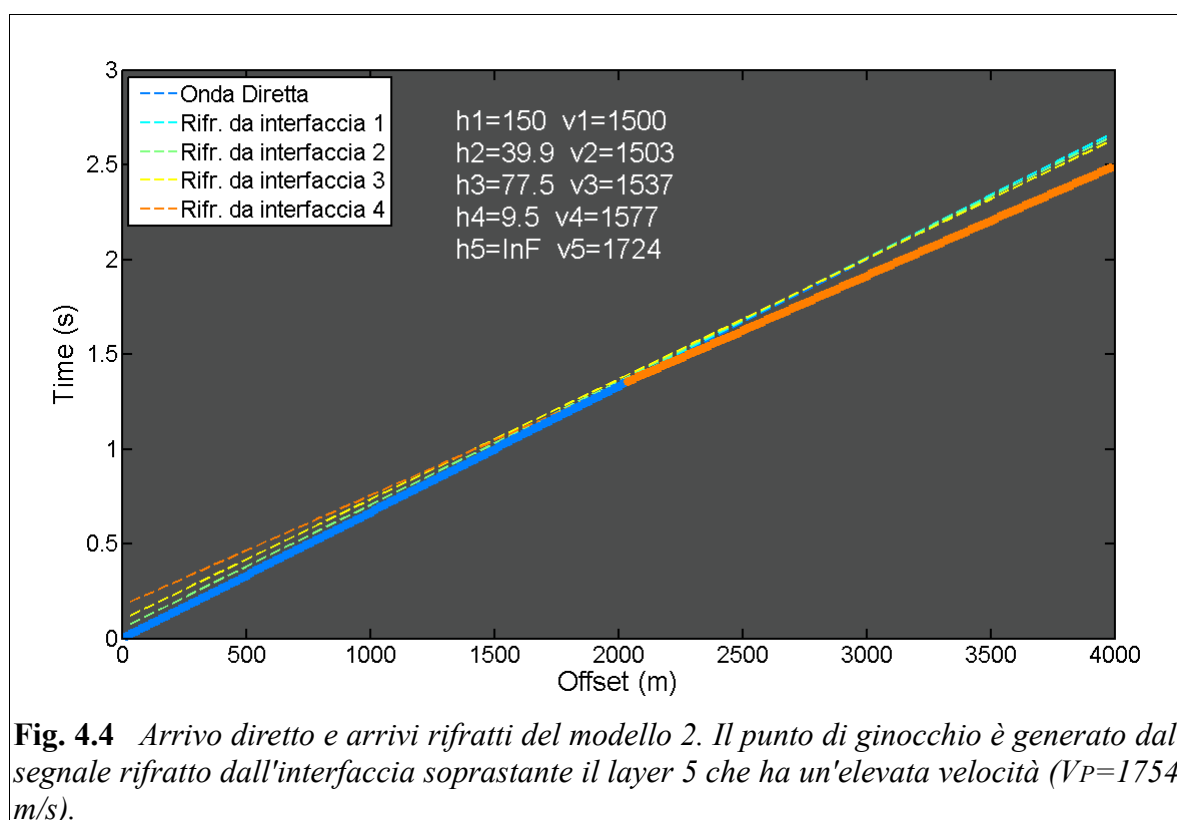


Fig. 4.4 Arrivo diretto e arrivi rifratti del modello 2. Il punto di ginocchio è generato dal segnale rifratto dall'interfaccia soprastante il layer 5 che ha un'elevata velocità ($V_P=1754$ m/s).

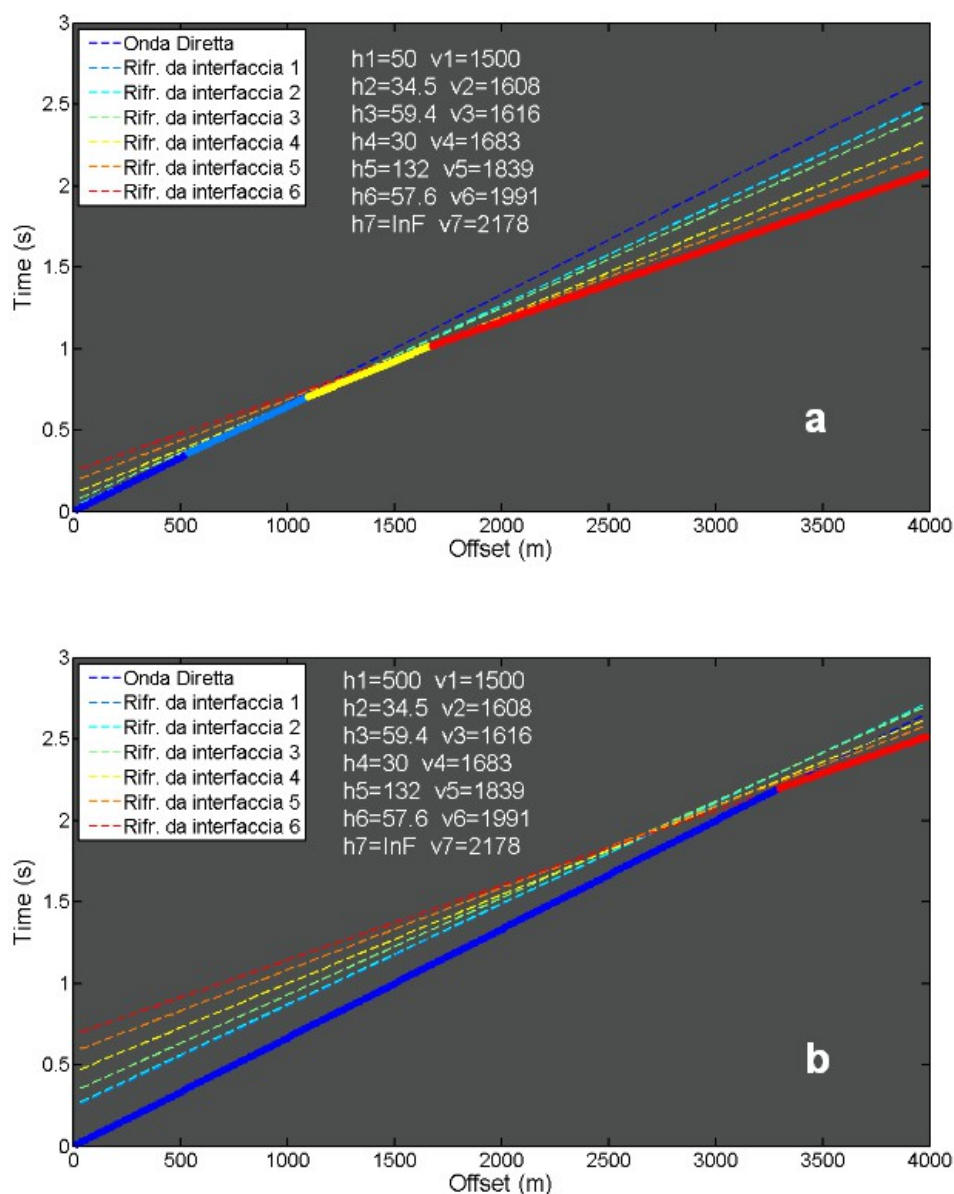


Fig. 4.5 *Variazione del fondo mare nel modello 1. In A il fondo mare è posto a 50 m, mentre in B è posto a 500 m. Si nota che in A è possibile osservare più arrivi rifratti a parità di offset. In B si nota un solo punto di ginocchio a grandi offset.*

In Figura 4.7 viene mostrato il caso in cui si incrementa la velocità dei layers, del modello 1, di 100 m/s ciascuno. Anche in questo caso il fondo mare è posto a 50 m di profondità dal l.m.m.

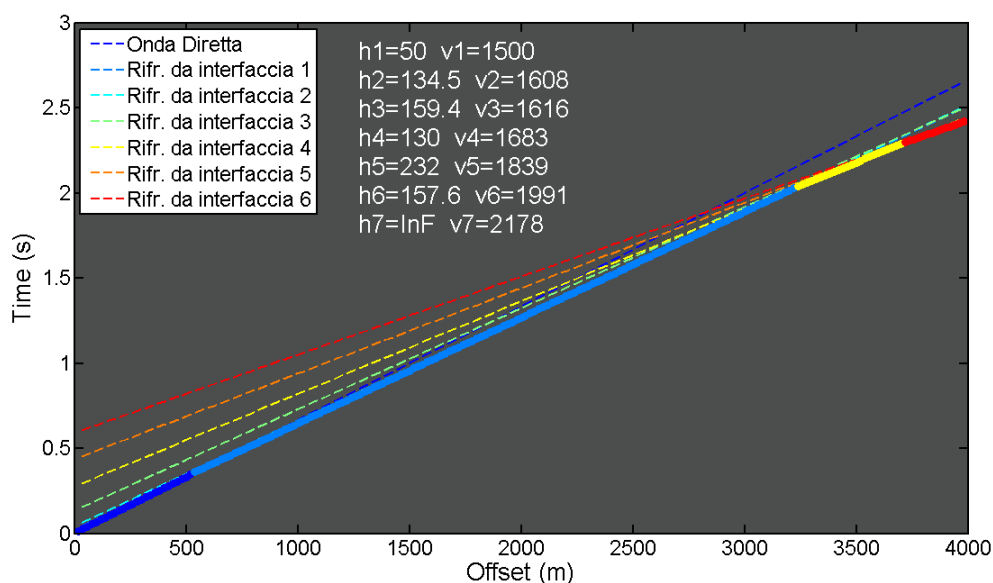


Fig. 4.6 Modello 1 con fondo mare posto a 50 m. Gli spessori dei layer, sottostanti lo strato d'acqua, sono incrementati ciascuno di 100 m. Si osserva che è possibile, a seguito della modifica, riconoscere più eventi rifratti nella dromocrona dei primi arrivi. Le velocità del modello non sono state modificate.

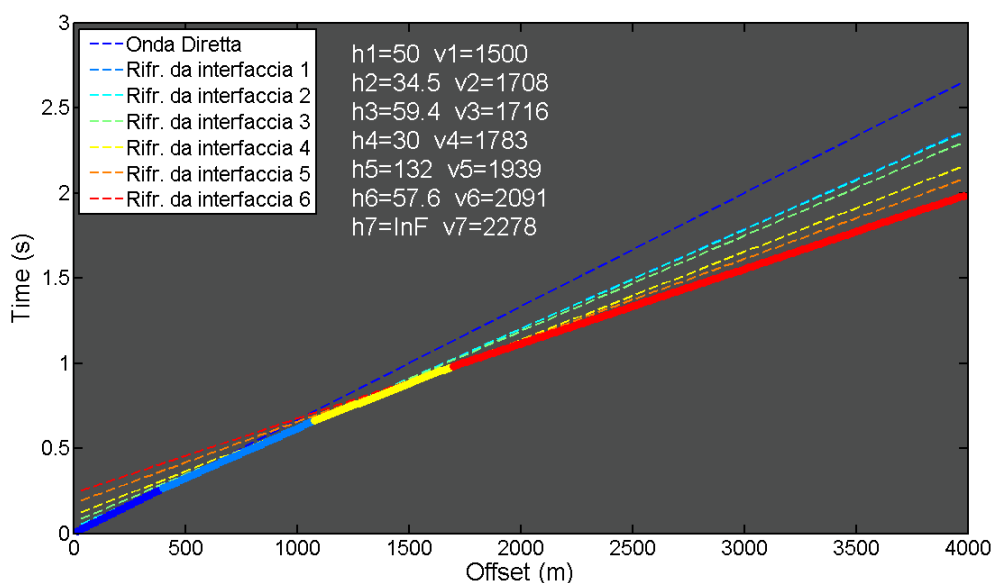


Fig. 4.7 Modello 1 con profondità del fondo mare a 50 m. Le velocità del modello sono state incrementate, ciascuna, di 100 m/s (escludendo la velocità dell'acqua). Gli spessori sono quelli reali. A seguito di tale modifica, si può osservare che più segnali rifratti sono distinguibili sulla dromocrona dei primi arrivi; questo perché un incremento di velocità comporta un aumento della pendenza della retta rappresentante l'arrivo rifratto.

4.2 Approfondimento del modello 2

Di seguito viene analizzato il modello 2 (Figura 4.4) che rappresenta un caso particolare di studio; si hanno cinque strati (compreso lo strato d'acqua) con spessore variabile e velocità crescente con la profondità. Il punto di ginocchio osservato non coincide con l'intersezione tra arrivo diretto e rifrazione del fondo mare (infatti conoscendo la velocità e lo spessore dello strato di acqua è possibile predire la *distanza di cross-over* per il fondo mare).

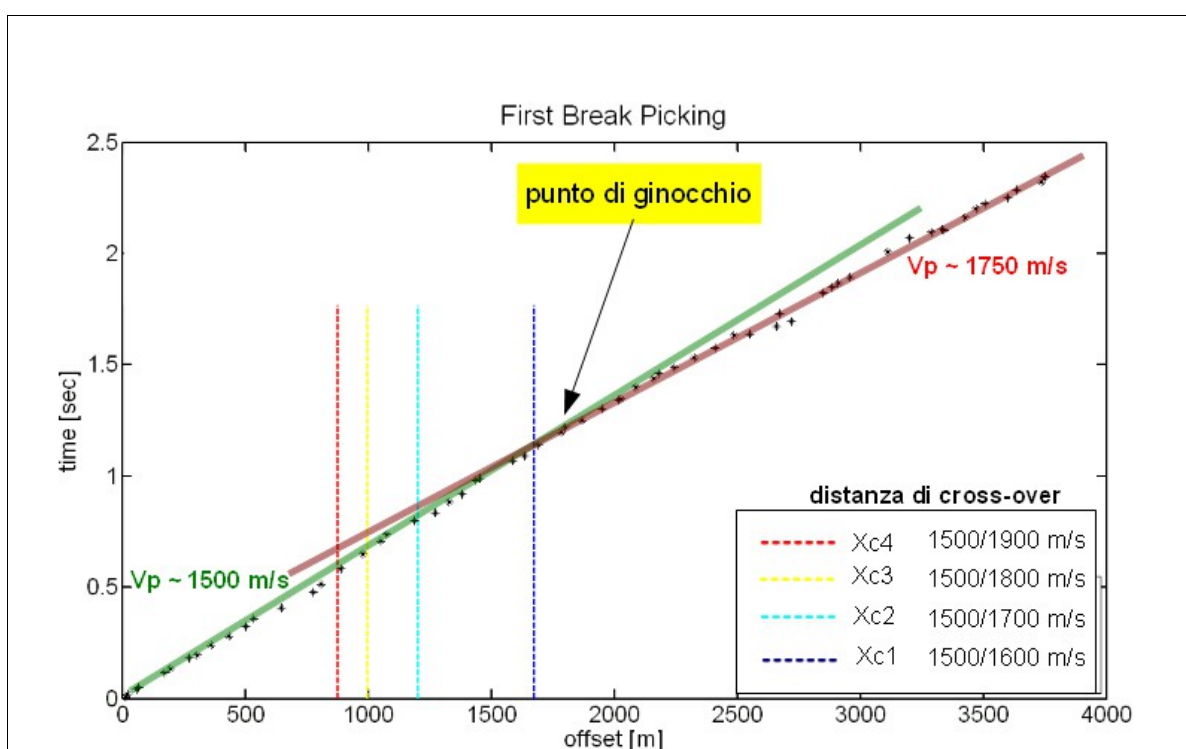


Fig. 4.8 *Picking dei primi arrivi ricavato dal sismogramma del modello 2. Le rette interpolano i punti pickati dimostrando la presenza di un possibile modello a due strati. Sono, inoltre, plottate le distanze di cross-over ipotizzando quattro differenti tipologie di fondo mare che restituiscono altrettante distanze di cross-over. La distanza X_{c1} , data da un contrasto di V_P di 1500/1600 m/s, è quella che si avvicina maggiormente al punto di ginocchio; ma la velocità del rifrattore veloce ricavata dall'interpolazione, esclude che il fondo mare possa essere la causa della risposta rifratta osservata.*

In Figura 4.8 è stato plottato il picking dei primi arrivi ricavato dal sismogramma del modello 2; inoltre, sono state calcolate le possibili distanze di cross-over supponendo diverse velocità per il fondo mare. Dall'interpolazione dell'arrivo rifratto (linea rossa in

Figura 4.8) si ricava approssimativamente la velocità di un rifrattore profondo.

Questo rifrattore veloce può fornire informazioni circa le geometrie e le velocità del modello geologico?

Siamo certi che il rifrattore, di interesse, rappresenti la risposta di un'interfaccia soprastante uno strato ad alta velocità e quindi uno strato con particolari proprietà meccaniche di probabile interesse per l'installazione di una piattaforma.

Il modello 2 può quindi essere approssimato ad un modello a tre layers (Figura 4.9) in cui il layer 1 rappresenta lo strato d'acqua con velocità V_{P1} e spessore h_1 conosciuti; il layer 2, che racchiude il pacco di strati compresi tra il fondo mare ed il rifrattore veloce, con velocità V_{P2} e spessore h_2 incogniti; il layer 3 di cui possiamo stimare la velocità V_{P3} dall'inclinazione dell'arrivo rifratto.

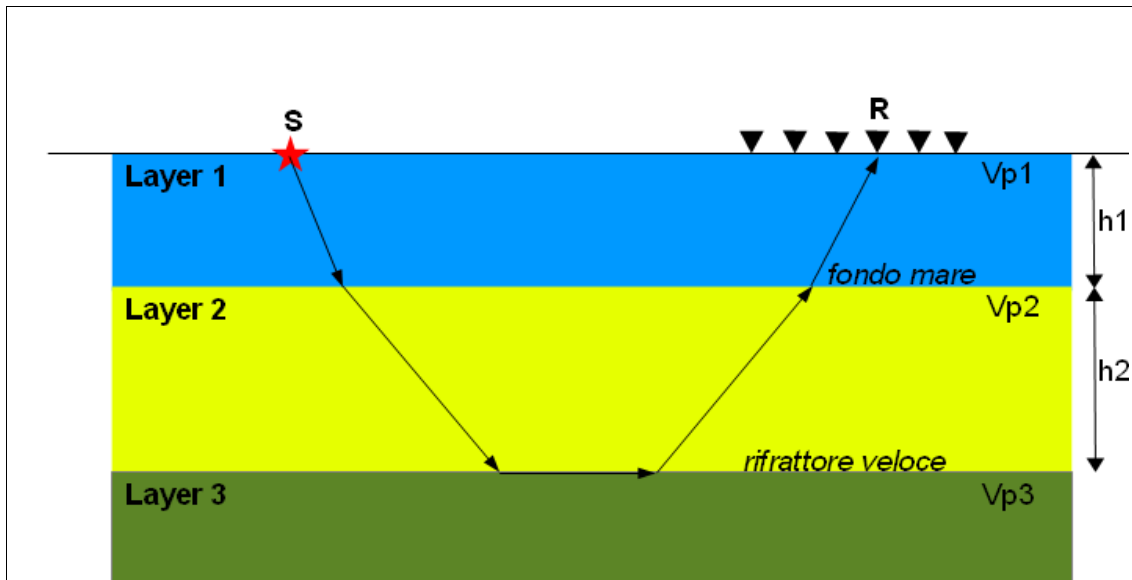


Fig. 4.9 *Ipotesi di modello a tre strati. Il layer 1 rappresenta lo strato di acqua di cui conosciamo lo spessore h_1 e la velocità V_{P1} ; il layer 2 raggruppa i layers incogniti in un unico strato con spessore h_2 e velocità V_{P2} incogniti; infine, il layer 3 è il livello ad alta velocità che genera l'arrivo rifratto osservato.*

Per cercare di determinare le proprietà incognite V_{P2} e h_2 dell'insieme di strati racchiusi nel layer 2, è stato generato uno script per lo studio della funzione oggetto

Θ , ricavata in norma L2 delle differenze tra dato osservato e dato predetto:

$$\Theta(V_{P2}, h_2) = \sum_{i=1}^n \sqrt{(d_{obs_i} - d_{pre_i})^2} \quad (4.1)$$

Il dato osservato d_{obs} consiste nelle combinazioni di tempi e offset relativi alla rifrazione generata dall'interfaccia soprastante lo strato veloce (layer 3) e ricavati dal picking sul sismogramma sintetico in Promax.

Il dato predetto d_{pre} viene calcolato in Matlab attraverso l'approssimazione a tre layer precedentemente descritta in Figura 4.9; le informazioni disponibili sono: la velocità V_{P1} , lo spessore h_1 dello strato d'acqua, e la velocità del layer 3, V_{P3} ; mentre le incognite sono V_{P2} e h_2 del layer 2.

Attraverso l'equazione (4.1) e ipotizzando un range di possibili valori di V_{P2} e h_2 , si va a determinare, per ogni combinazione di questi due parametri, la differenza ai minimi quadrati tra d_{obs} e d_{pre} .

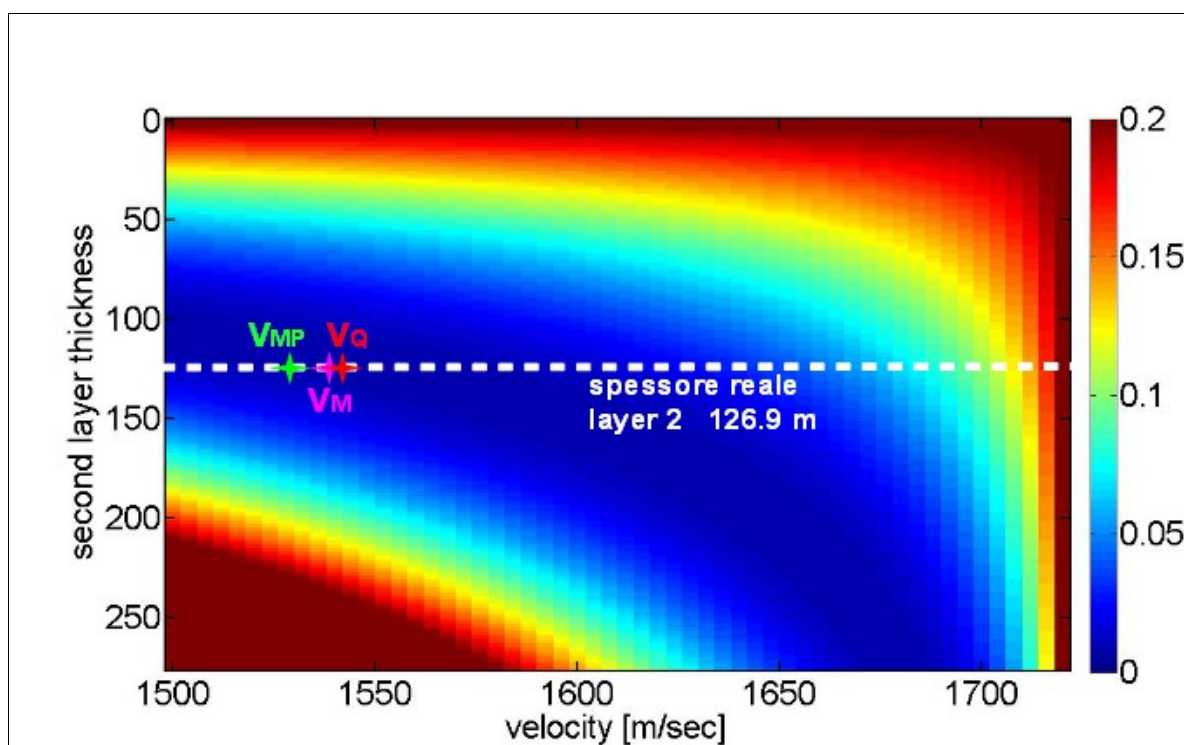


Fig. 4.10 Funzione oggetto che raffigura le possibili combinazioni di V_{P2} e h_2 . I valori rappresentati derivano dalla differenza tra il dato osservato ed il dato predetto calcolato proprio attraverso le combinazioni analizzate. Sull'immagine è stato plottata la sommatoria degli spessori che costituiscono il layer 2. Sono state calcolate e successivamente plottate, inoltre, la velocità media V_M , media pesata V_{MP} e media quadratica V_Q .

I valori della funzione oggetto sono mostrati in Figura 4.10 per valori di V_{P2} compresi tra 1500 m/s e 1720 m/s, e valori di h_2 compresi tra 0 m e 270 m; la velocità minima di ricerca corrisponde a quella dell'acqua, la massima alla velocità del layer 3.

Principalmente, in Figura 4.10, si osserva una valle di minimi che rappresentano possibili combinazioni di V_{P2} e h_2 ideali; in sovrapposizione (linea tratteggiata in bianco) viene plottata la sommatoria degli spessori dell'insieme di layer.

Se calcoliamo la media aritmetica, la media pesata e la media quadratica delle velocità del pacco di strati rappresentati dal layer 2 (rispettivamente V_M , V_{MP} e V_Q), l'intersezione tra i valori di velocità calcolati e lo spessore reale del layer 2, permette una osservazione: tutte le velocità calcolate si avvicinano al minimo della funzione; in questo caso la V_Q si avvicina maggiormente al minimo ma, nei vari modelli analizzati, l'ordine, con il quale V_M , V_{MP} e V_Q si avvicinano al minimo della funzione oggetto, cambia da caso a caso.

5 Il Problema Inverso

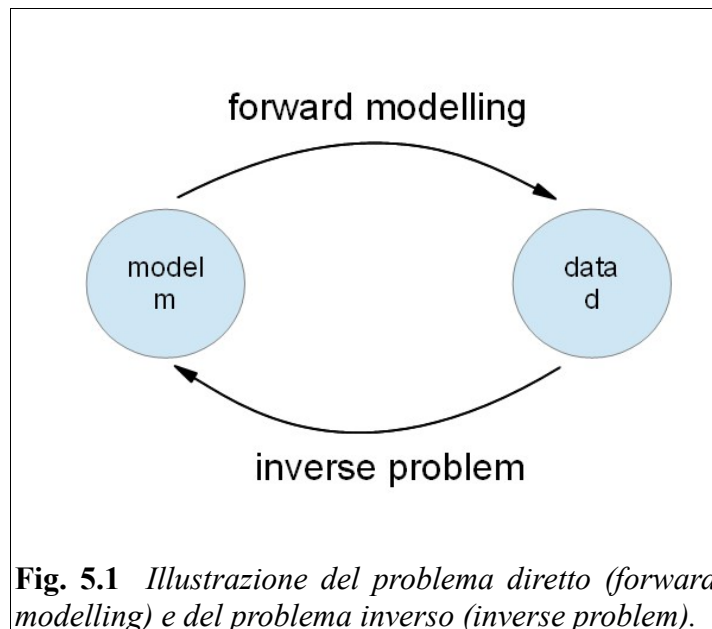
5.1 Introduzione al Problema Inverso (PI) in sismica

L'obiettivo del *Problema Inverso* (PI) in sismica è quello di stimare le proprietà elastiche dal modello di sottosuperficie a partire da dati sismici registrati. Il campo d'onda registrato è il dato **d** conosciuto, mentre le proprietà fisiche del mezzo **m**, attraverso il quale si propaga l'onda elastica, sono incognite. Così il campo d'onda sarà funzione delle proprietà del mezzo.

Se sono conosciute le leggi fisiche che mettono in relazione i parametri del modello **m** ai dati osservati **d** è possibile definire un operatore **G** tale che:

$$d = G(m) \quad (5.1)$$

Un problema diretto consiste nel determinare, per un insieme di parametri caratterizzanti un modello **m**, il set di dati osservati **d** utilizzando la relazione (5.1).



Un PI consiste, invece, nel determinare il modello **m** partendo dal set di dati

osservati \mathbf{d} (Figura 5.1). Supposta l'invertibilità dell'operatore \mathbf{G} , si può riassumere quest'ultima frase con la seguente equazione:

$$\mathbf{m} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{d}) \quad (5.2)$$

Un operatore \mathbf{G} è detto lineare se soddisfa le seguenti proprietà:

$$\mathbf{G}(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2) = \mathbf{G}(\mathbf{m}_1) + \mathbf{G}(\mathbf{m}_2) \quad (5.3)$$

$$\mathbf{G}(\lambda \mathbf{m}) = \lambda \cdot \mathbf{G}(\mathbf{m}) \quad (5.4)$$

Un PI, quindi, è lineare se anche l'operatore \mathbf{G} lo è e se la relazione (5.1) costituisce un sistema di equazioni lineari che può essere scritto nella forma matriciale:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m} \quad (5.5)$$

dove \mathbf{G} è una matrice $n \times m$, \mathbf{d} un vettore colonna di dimensione n e \mathbf{m} un vettore colonna di dimensione m .

Diversamente, un PI si dice non lineare, quando l'equazione (5.1) costituisce un sistema di equazioni non lineari che ha come incognite i parametri del modello. I PI non lineari vengono rappresentati, in maniera del tutto generale, dalla relazione (5.1). Al fine di studiare e risolvere un PI, è necessario conoscere alcuni aspetti fondamentali:

- *Esistenza della soluzione*: se $n \neq m$ con $n > m$ il sistema possiede più equazioni che incognite e risulta quindi sovradeterminato. In questi casi può non esistere un modello la cui risposta si adatti perfettamente ai dati; ciò può accadere quando, ad esempio, i dati osservati sono contaminati da rumore oppure quando le leggi fisiche, che mettono in relazione i dati osservati con i parametri del modello, non sono adeguatamente conosciute.
- *Unicità della soluzione*: se esistono soluzioni esatte, queste possono non essere uniche. La non unicità delle soluzioni è una caratteristica dei problemi inversi non lineari che presentano una deficienza di rango (in particolare il

rango di G è minore di m).

- *Stabilità della soluzione*: si ha instabilità della soluzione quando, una piccola variazione del dato osservato conduce ad una grossa variazione nel modello invertito. Problemi inversi che manifestano questa caratteristica vengono definiti *mal condizionati*.

Come già osservato, il problema di inversione consiste nel trovare un set di parametri del modello m che predicono i dati sismici osservati \mathbf{d}_{obs} (Pratt *et al.*, 1998). Un forward modelling calcola un set di dati \mathbf{d}_{pre} basati su una stima dei parametri del modello.

Il residuo \mathbf{e} tra i dati \mathbf{d}_{obs} e \mathbf{d}_{pre} deve essere il più piccolo possibile ed i parametri del modello possono essere aggiornati, nei processi iterativi, per ridurre il misfit.

Il vettore degli scarti \mathbf{e} viene definito, tramite la norma L_2 , dall'equazione 5.6:

$$\mathbf{e} = \|\mathbf{d}_{obs} - G(\mathbf{m})\|_2 = \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{pre}\|_2 \quad (5.6)$$

Un PI si dice sovradeterminato quando il numero di osservazioni indipendenti è superiore al numero dei parametri del modello da determinare (numero di equazioni maggiore del numero di incognite). In casi come questo è ragionevole pensare che il "modello migliore" \mathbf{m}_{best} sia quello che, nel caso dei minimi quadrati, minimizzi la norma L_2 degli scarti tra \mathbf{d}_{obs} e \mathbf{d}_{pre} , ovvero:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_{best} \rightarrow \min\{\mathbf{e}\} = \|\mathbf{d}_{obs} - G(\mathbf{m}_{best})\|_2 \quad (5.7)$$

Quest'ultima relazione è del tutto generale e può essere applicata sia ai PI lineari che a quelli non lineari. I PI incontrati in questo lavoro sono non lineari e pertanto l'attenzione sarà rivolta, esclusivamente, alla risoluzione di quest'ultimi.

Lo spazio dei modelli comprende tutti i modelli possibili; per quantificarli è necessario sapere quanti valori diversi possono assumere i differenti parametri; definendo tale numero con k e con p il numero di parametri in gioco, il numero dei possibili modelli sarà dato da k^p .

Nel caso di un grande spazio dei modelli è preferibile scegliere metodi che vadano

ad esplorare maggiormente le zone a basso misfit: quindi, per risolvere il PI sono necessari metodi che cercano il modello migliore in modo efficiente, come i metodi di ricerca globali.

Per ulteriori approfondimenti sui concetti appena descritti si consulti Menke W., 1989 e Aster R. C. et alii, 2005.

5.2 Risoluzione PI non lineari: Metodi Locali

Se la non linearità tra il dato ed il modello non è troppo forte, è possibile linearizzare il problema. Il nuovo modello m sarà descritto da una combinazione lineare tra il modello corrente m_0 e la perturbazione del modello δm :

$$m = m_0 + \delta m \quad (5.8)$$

e la relazione (5.1) può essere riscritta come

$$d = g(m_0 + \delta m) \quad (5.9).$$

L'operatore non lineare g può essere sviluppato in serie di Taylor al primo ordine:

$$g(m) = g(m_0 + \delta m) = g(m_0) + \left[\frac{\partial g(m)}{\partial m} \right]_{m_0} \cdot \delta m + O(m) \quad (5.10).$$

I termini residuali di ordine maggiore al primo, racchiusi in $O(m)$, sono trascurabili e

$$g(m_0 + \delta m) - g(m_0) = \left[\frac{\partial g(m)}{\partial m} \right]_{m_0} \cdot \delta m \quad (5.11)$$

Questo significa che la relazione tra la perturbazione del dato, $\partial d = g(m_0 + \delta m) - g(m_0)$, e la perturbazione del modello possono essere

scritte come

$$\delta d = J_0 \cdot \delta m \quad (5.12)$$

dove J_0 è la derivata parziale $\left[\frac{\partial g(m)}{\partial m} \right]_{m_0}$ chiamata matrice Jacobiana. La relazione tra le perturbazioni del dato e del modello sono ora lineari, con J_0 operatore lineare.

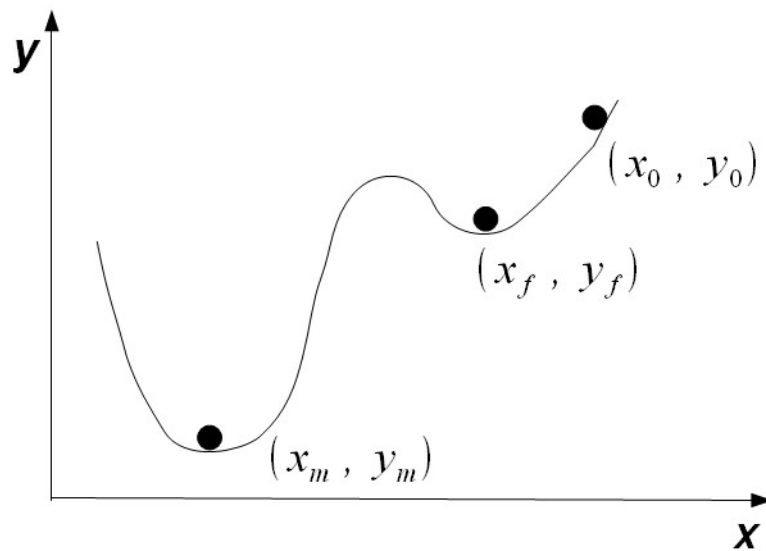


Fig. 5.2 *Illustrazione schematica di come i metodi locali facciano convergere la soluzione; se il modello iniziale (x_0, y_0) è vicino ad un minimo locale (x_f, y_f) , l'algoritmo fa convergere la soluzione verso questo minimo provocando così una errata stima del modello. Infatti il modello esatto è nel minimo globale (x_m, y_m) .*

La risoluzione del problema lineare sopra descritto può essere risolto iterativamente attraverso metodi di ottimizzazione locale (metodo del gradiente coniugato, metodo di Gauss-Newton, ...).

L'uso dei metodi locali nella risoluzione del PI non lineare è vantaggiosa dal punto di vista computazionale in quanto, rispetto ai metodi puramente non lineari, richiede

tempi di calcolo nettamente minori.

La dipendenza da un modello iniziale di prova, invece, è lo svantaggio principale che caratterizza questi metodi, soprattutto quando la funzione di misfit, tra dato osservato e dato predetto, da minimizzare, presenta molti minimi locali. In questi casi se il modello iniziale si trova nei pressi di un minimo locale (Figura 5.2), la soluzione convergerà verso quel minimo rimanendo "intrappolata".

5.3 Risoluzione PI non lineari: Metodi Globali

Se il PI è fortemente non lineare, possono essere usati i metodi globali per trovare un modello che spieghi il dato osservato. Queste metodologie di inversione consistono nel risolvere iterativamente il problema diretto $d_{pre} = G(m)$, al fine di trovare il modello che minimizzi la norma L2 dei residui tra dati osservati e dati predetti (5.6), ed inoltre non si basano sul calcolo della Jacobiana che può essere oneroso computazionalmente.

In base alla strategia di campionamento dello spazio dei modelli si distinguono diversi metodi globali di inversione. Tra i più comuni abbiamo:

- i *Metodi Grid Search* che campionano sistematicamente lo spazio dei modelli per la ricerca del minimo globale; la scelta ottimale dell'incremento δm dei parametri del modello (passo di campionamento) determina la risoluzione della griglia di ricerca: infatti, un piccolo δm permette una ricerca più fitta del minimo globale ma, allo stesso tempo, implica un aumento dei tempi di calcolo. I Metodi Grid Search sono quelli a costo computazionale più elevato;
- i *Metodi Monte Carlo* che consistono, invece, nel campionamento casuale dello spazio dei modelli. Tali metodi, campionando solo particolari zone dello spazio dei modelli e risultano meno costosi, dal punto di vista computazionale, dei Metodi Grid Search;
- il *Metodo del Simulated Annealing* (SA) è un metodo di simulazione della tempra (annealing) dei solidi, in cui il solido viene portato allo stato fluido, mediante alte temperature, e poi viene riportato allo stato solido riducendo

gradualmente la temperatura. Parallelamente, l'algoritmo ad alte temperature fa una ricerca random nello spazio dei modelli individuando aree più probabili per il raggiungimento dell'ottimo globale. A basse temperature il SA localizza la soluzione nella zona del dominio maggiormente promettente.

- infine, esistono metodi che utilizzano *Algoritmi Genetici* (*Genetic Algorithms* GA) che necessitano di un approfondimento maggiore dato che sono i metodi di inversione utilizzati in questo lavoro.

5.4 Algoritmi Genetici

I GA sono metodi di ricerca stocastici che simulano l'evoluzione biologica naturale (Holland, 1975; Goldberg, 1989). Tali algoritmi operano su di una popolazione di soluzioni potenziali applicando il principio di sopravvivenza e riproduzione degli individui più forti per produrre migliori approssimazioni alla soluzione.

Ad ogni generazione, gli individui selezionati (in base alla loro fitness) vengono ricombinati, mutati e reinseriti in una nuova popolazione portando allo sviluppo di individui più evoluti.

La Figura 5.3 mostra la struttura di un semplice algoritmo di evoluzione. All'inizio del calcolo un determinato numero di individui vengono generati casualmente, definendo una popolazione iniziale; viene poi calcolata la funzione oggetto (funzione di misfit) per ogni individuo.

Se i criteri di ottimizzazione non sono appropriati, inizia la creazione di una nuova popolazione (appartenenti ad una nuova generazione); gli individui sono selezionati in accordo con la loro fitness (definita in base al loro valore della funzione oggetto) per la produzione dei discendenti. I genitori sono ricombinati per produrre nuovi discendenti che verranno poi mutati in relazione ad una probabilità di mutazione.

In seguito viene ricalcolata una nuova funzione di fitness per i discendenti che vengono poi inseriti nella nuova popolazione che rimpiazza i genitori, producendo una nuova generazione.

Questo ciclo va avanti fino a che non si raggiunge una soglia di errore oppure definendo un numero massimo di iterazioni.

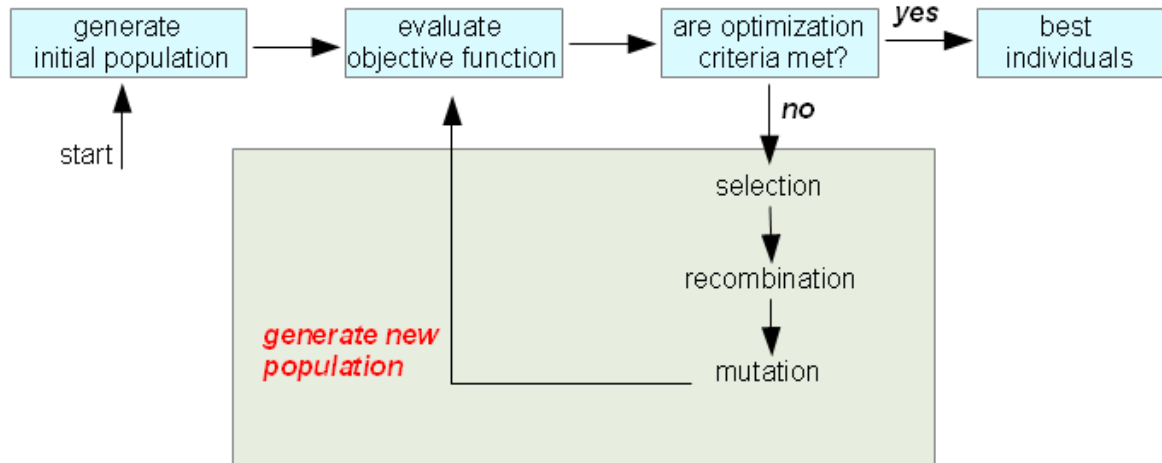


Fig. 5.3 *Struttura dell'evoluzione di una singola popolazione nell'algoritmo genetico.*

5.4.1 Sottopopolazioni: implementazione pseudo-parallela

Goldberg e Richardson (1987) mostrano che i GA, usati su funzioni multimodali con tanti picchi della stessa altezza, possono non trovare la soluzione ottimale. In questo lavoro non si conosce la forma della funzione di fitness o funzione errore, e la configurazione migliore di questa sarebbe quella rappresentata da diversi picchi di piccola altezza ed un picco maggiore rappresentante il massimo globale. Se l'algoritmo converge verso quest'ultimo picco, il PI è risolto.

E' certo che nei problemi sovrapparametrizzati (cioè con un grande numero di incognite) la funzione di fitness è multimodale con molti picchi di circa la stessa altezza (Sen e Stoffa, 1992).

Un problema fondamentale dei GA è rappresentato dal genetic drift (Goldberg e Segrest, 1987), in cui l'intera popolazione di individui converge verso un picco non ottimale dove rimane intrappolata a causa della scarsa variabilità genetica. Solo una forte mutazione potrebbe aiutare gli individui ad uscire dal minimo locale.

Tale problema può essere risolto tramite differenti metodi. Sen e Stoffa (1992) applicano il concetto di stretching della funzione di fitness che può essere effettuato

attraverso una pressione di selezione (parametro necessario per il processo di selezione affrontato in dettaglio nel paragrafo 5.4.3) variabile in funzione delle generazioni. Alle prime generazioni viene utilizzata una piccola pressione di selezione, la quale permette un'alta variabilità genetica degli individui; mentre, via via che passano le generazioni, questa aumenta in modo continuo favorendo sempre più la selezione degli individui migliori.

Questo evita la convergenza troppo rapida dell'algoritmo di ricerca, durante le iterazioni iniziali, verso un minimo della funzione errore che, molto probabilmente, è locale; si va così a favorire una maggiore variabilità genetica e una più ampia esplorazione dello spazio dei modelli.

Un altro metodo utilizzato per evitare il fenomeno del genetic drift è l'utilizzo di GA paralleli (Cohoon *et al.*, 1987) basato sul concetto degli *equilibri punteggiati* (Eldredge e Gould, 1972). Il loro algoritmo genetico parallelo assegna un set di n individui ad ognuno degli N processori, per una popolazione iniziale di $n \times N$ individui. Così, nel caso di codice sviluppato in parallelo, ogni processore corrisponde ad un ambiente isolato dove ogni gruppo di individui evolverà separatamente dagli altri. Dopo un numero definito di generazioni, da ogni gruppo emergeranno individui migliori con maggior valore di fitness; una "catastrofe" può causare la variazione dei singoli ambienti provocando il mixing degli individui e la conseguente evoluzione.

Questa metodologia permette l'esplorazione di differenti porzioni dello spazio dei modelli da parte di ogni singolo gruppo e lo scambio di informazioni tra gli individui dopo un determinato numero di generazioni.

Questo lavoro segue sia il metodo di stretching della funzione oggetto (Sen e Stoffa, 1992) con una pressione di selezione variabile lungo le generazioni, sia la teoria degli equilibri punteggiati (Eldredge e Gould, 1972); questa seconda metodologia viene sviluppata attraverso il concetto di sottopopolazioni introdotto da Sen e Stoffa (1992) che viene implementato su singolo processore.

La popolazione iniziale viene suddivisa in più sottopopolazioni che esplorano diverse porzioni dello spazio dei modelli per un numero definito di generazioni (*isolation time*), dopo il quale i migliori individui, di ogni singola sottopopolazione, possono migrare da una sottopopolazione all'altra. Il numero di individui di scambio (definito nel parametro *migration rate*), il metodo di selezione degli individui da migrare e lo

schema di migrazione determinano la diversità genetica all'interno di ogni singola sottopopolazione.

Per quanto riguarda la struttura di migrazione tra le sottopopolazioni è stata scelta la *Unrestricted Migration Topology* che è la strategia di migrazione più generale (Figura 5.4). In questo caso, gli individui possono migrare da qualsiasi sottopopolazione all'altra. Per ogni sottopopolazione l'insieme dei potenziali individui migranti è costituito dalle altre sottopopolazioni. La tecnica di selezione scelta nella migrazione degli individui è quella basata sul valore di fitness associato ad ogni individuo.

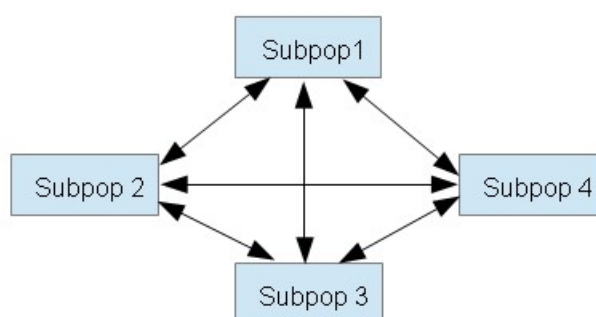


Fig. 5.4 *Unrestricted Migration Topology: struttura di migrazione utilizzata in questo lavoro che permette tutte le possibili direzioni di migrazione degli individui.*

In Figura 5.5 si osserva il criterio di selezione adottato; le sottopopolazioni 2, 3 e 4 costituiscono l'insieme potenziale degli individui migranti. In funzione dei valori di fitness associati ad ogni individuo, vengono scelti quelli migliori e, tra questi, ne viene scelto uno in modo random che andrà a rimpiazzare il peggior individuo della sottopopolazione 1. Questo ciclo viene eseguito per tutte le sottopopolazioni in modo tale che nessuna sottopopolazione possa ricevere individui da se stessa.

In Figura 5.6 è mostrata la struttura di un GA con più sottopopolazioni; nel riquadro grigio sono racchiuse le operazioni di elaborazione degli individui, apportate dai GA, che verranno analizzate successivamente.

Da quanto detto sopra, si può vedere che i GA differiscono sostanzialmente dai metodi tradizionali di ricerca e di ottimizzazione.

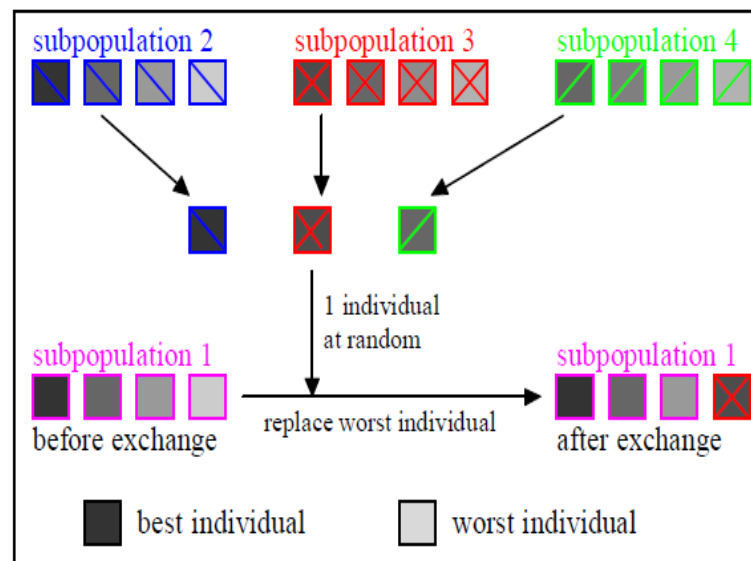


Fig. 5.5 Schema di migrazione del miglior individuo in funzione dei valori di fitness associati a ciascun individuo.

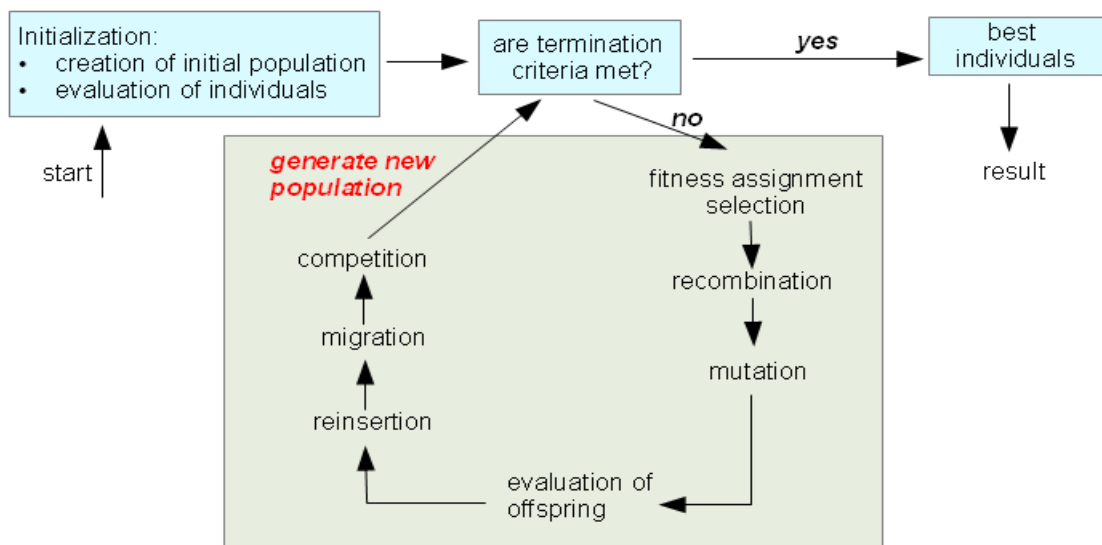


Fig. 5.6 Struttura del processo evolutivo con l'utilizzo di sottopopolazioni.

Le più significative differenze sono:

- i GA non richiedono informazioni aggiuntive; infatti, la funzione oggetto ed il corrispondente livello di fitness influenzano da soli la direzione di ricerca;
- i GA utilizzano regole di transizione probabilistica e non deterministica;

- i GA, utilizzando le sottopopolazioni al posto di una singola popolazione, generano una ricerca parallela nello spazio dei modelli, esplorando contemporaneamente, più zone del dominio.

5.4.2 Assegnazione della fitness (ranking) e selezione

La selezione determina quali individui sono scelti per l'accoppiamento (ricombinazione) e quanti figli produce ogni individuo selezionato. Un primo step prevede una classificazione (ranking) in cui viene associato un valore di fitness ad ogni individuo.

Per descrivere lo schema di ranking utilizzato è necessario introdurre il concetto di *pressione di selezione* (*Selective Pressure SP*) che è la probabilità del miglior individuo di essere selezionato comparata alla probabilità media di selezione di tutti gli individui. L'algoritmo utilizzato per l'operazione di ranking è il *Rank-Based Fitness Assignment*. Inizialmente gli individui vengono classificati in funzione del loro valore della funzione oggetto (cioè di misfit tra dato osservato e dato predetto).

In Figura 5.7 è mostrato un semplice esempio in cui sette individui (numero individui = $Nind$) vengono classificati in funzione del loro valore di misfit: il miglior individuo con basso misfit viene posto in ultima posizione ($Pos = Nind$) mentre il peggiore è posizionato in prima posizione ($Pos = 1$). Infine, viene calcolato il valore di fitness.

Per quanto riguarda questo ultimo punto, è stato scelto un criterio di *Non-Linear Rankink*; il valore di fitness dell'individuo alla posizione Pos è definito:

$$Fitness (Pos) = \frac{Nind \cdot X^{Pos-1}}{\sum_{i=1}^{Nind} X^{i-1}} \quad (2.32)$$

dove X è calcolato come radice del polinomio

$$0 = (SP-1) \cdot X^{Nind} + SP \cdot X^{(Nind-2)} + \dots + SP \cdot X + SP$$

dove SP è la pressione di selezione che può assumere tutti i valori compresi nell'insieme $[1, Nind - 2]$.

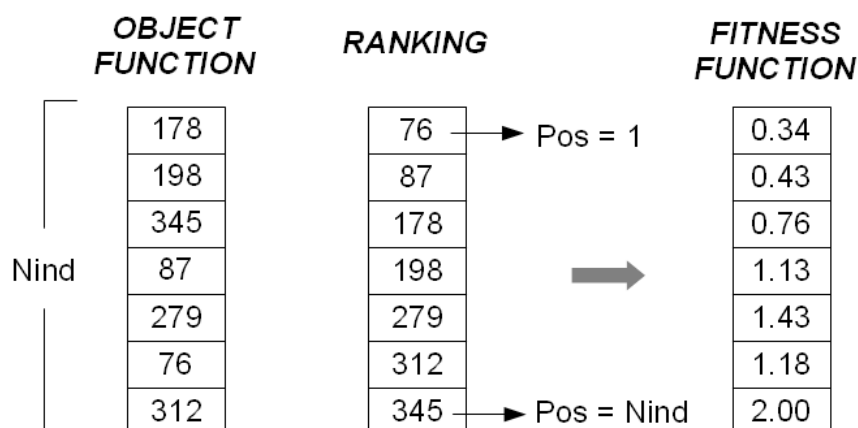


Fig. 5.7 Esempio di classificazione (ranking) per sette individui con associato il loro valore della funzione oggetto. La classificazione pone il miglior individuo in ultima posizione, mentre il peggior individuo è posto in prima posizione.

In Figura 5.8 troviamo i valori di fitness degli individui per diversi valori di SP assumendo una popolazione di sette individui.

Come è possibile osservare, maggiore è SP e maggiore sarà la fitness associata al miglior individuo. In particolare, in questo lavoro si è scelto di utilizzare una SP crescente mano a mano che aumenta il numero di generazioni (Sen e Stoffa, 1992), in modo da evitare il fenomeno del genetic drift, analizzato precedentemente. Questo permette un'iniziale esplorazione generale dello spazio dei modelli, senza favorire eccessivamente gli individui migliori; successivamente, quando lo spazio è stato esplorato in misura maggiore, l'alta SP favorirà gli individui migliori ottimizzando così la soluzione del problema.

Definito il valore di fitness per ogni individuo, si passa all'operazione di selezione, in cui alcuni individui verranno selezionati per essere poi ricombinati, mutati e reinseriti nella nuova popolazione.

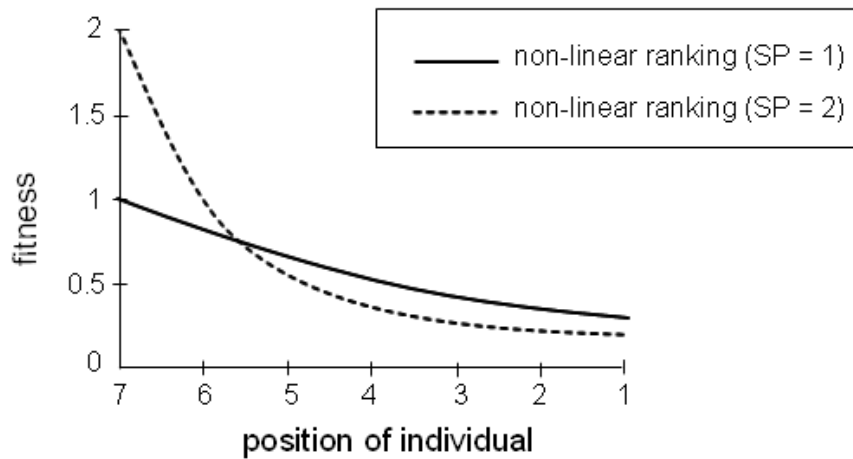


Fig. 5.8 Una volta eseguita la classificazione degli individui, viene assegnato ad ognuno un valore di fitness assumendo una funzione non lineare la cui curvatura varia con la pressione di selezione PS .

L'algoritmo di *Stochastic Universal Sampling SUS* mappa gli individui su segmenti continui di una retta, così che ciascun segmento di ogni individuo è uguale in grandezza al suo valore di fitness. In Figura 5.9 viene mostrato un esempio in cui si hanno dieci individui e se ne vogliono selezionare sei. Considerando $N_{pointer}$ il numero di individui da selezionare, la distanza tra gli $N_{pointer}$, uguale per tutti, è data da $1/N_{pointer}$; la posizione del Pointer 1 è generata in modo random nel range $[0, 1/N_{pointer}]$.

Dopo il processo di selezione, gli individui selezionati saranno: 1, 2, 3, 4, 6, 8. La scelta di pointer equidistanziati permette di selezionare anche individui che hanno una bassa fitness; questi individui, infatti, potrebbero comunque portare con se informazioni utili per il raggiungimento della soluzione al PI. Contrariamente, altri metodi di selezione (come la RWS: Roulette Wheel Selection) potrebbero, più facilmente, scartare questi individui causando perdita di variabilità genetica all'interno delle successive generazioni.

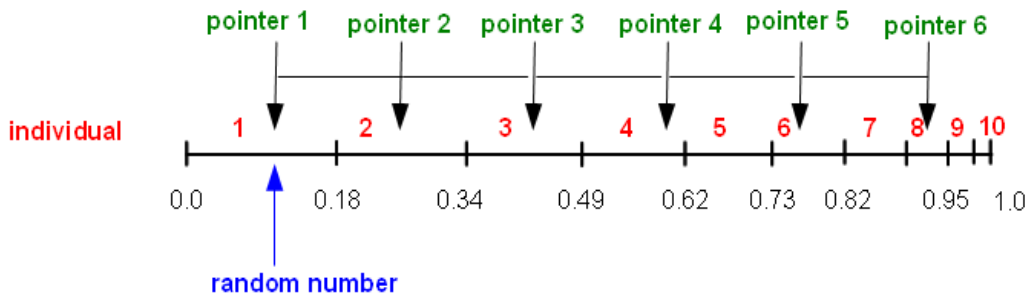


Fig. 5.9 Funzionamento dell'algoritmo di selezione SUS (Stochastic Universal Sampling); gli individui da selezionare sono sei ($N_{pointer} = 6$) nella popolazione costituita da dieci individui (in rosso). La distanza tra gli $N_{pointers}$ è costante e uguale a $1/N_{pointer}$. Il pointer 1 è posizionato in modo random.

5.4.3 Ricombinazione

La ricombinazione produce nuovi individui combinando le informazioni contenute in due o più individui genitore. Datoché gli individui, in questo lavoro di tesi, sono costituiti da variabili a valori reali, è necessario utilizzare una *Real Value Recombination*. L'algoritmo scelto è quello della *Extended Intermediate Recombination* in cui i valori delle variabili dei figli sono scelte in un intorno e tra i valori delle variabili caratterizzanti i genitori.

I figli sono prodotti in accordo con la regola:

$$Var_i^{figlio} = Var_i^{genitore1} \cdot a_i + Var_i^{genitore2} \cdot (1 - a_i) \quad i \in (1, 2, 3, \dots, N_{var})$$

N_{var} rappresenta il numero delle variabili per individuo e a_i viene scelto in modo random nell'intervallo $[-d, 1+d]$ con $d=0.25$. Questa relazione definisce gli angoli di un ipercubo¹ di dimensioni maggiori rispetto a quello definito dai genitori. In Figura 5.10 viene esaminato il caso in cui l'individuo genitore sia costituito da due

¹ Ipercubo o n-cubo è una forma geometrica regolare immersa in uno spazio di quattro o più dimensioni.

variabili; l'ipercubo in questo caso coincide con un quadrato.

Un valore di d uguale a 0.25 permette di generare valori delle variabili ai bordi dell'area definita dai genitori. Ponendo d uguale a zero, sarebbe meno probabile generare valori prossimi a quelli dei genitori.

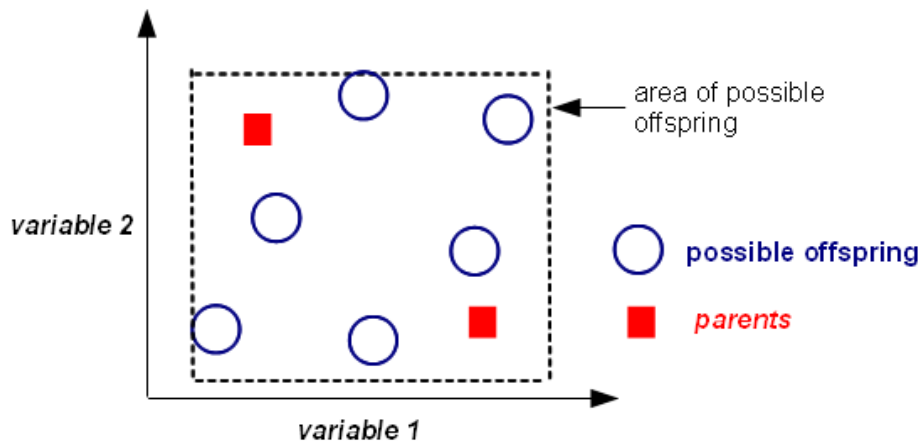


Fig. 5.10 L'immagine mostra un caso semplice di ricombinazione tra due individui genitore (quadratini rossi) caratterizzati da due variabili. La linea tratteggiata in nero identifica l'area dei possibili valori che possono assumere le due variabili. I cerchi blu rappresentano alcuni possibili valori delle variabili dei figli.

5.4.4 Mutazione

A seguito della ricombinazione, gli individui prodotti vengono mutati. La *Real Valued Mutation* RVM, utilizzata, genera valori random da aggiungere alle variabili; questo viene fatto secondo due parametri fondamentali:

- *Mutation Rate*: probabilità di mutazione delle variabili;
- *Mutation Step*: grandezza della variazione per ogni variabile mutata.

Questi parametri devono essere necessariamente fissati dato che la mutazione è un processo che cerca di ottimizzare le caratteristiche degli individui, andando ad alterare un certo numero di variabili.

La taglia del Mutation Step è difficile da scegliere. Infatti, piccoli steps hanno successo specialmente quando l'individuo è già ben adattato, mentre, grandi steps potrebbero produrre, in caso di successo, buoni risultati molto velocemente; questo secondo punto potrebbe, però, generare una ricerca che salta da un punto all'altro casualmente senza seguire un criterio logico con il forte pericolo di generare un'esplorazione troppo casuale dello spazio dei modelli.

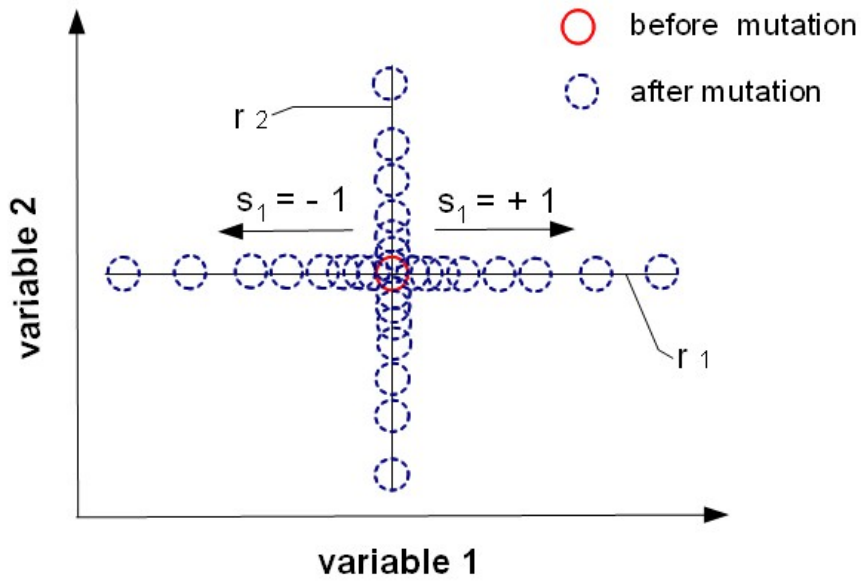


Fig. 5.11 Esempio semplice di mutazione applicata ad un individuo (cerchio rosso) caratterizzato da due variabili. I cerchietti blu in tratteggio, rappresentano le possibili soluzioni dopo la mutazione.

L'equazione che sta alla base della RVM è

$$Var_i^{mut} = Var_i + s_i \cdot r_i \cdot a_i \quad i \in (1, 2, 3, \dots, n) \quad s_i = \{-1, +1\}$$

$$r_i = r \cdot domain \quad r \in [0.1, 10^{-6}] \quad a_i = 2^{-u \cdot k}$$

$$k \in \{4, 5, \dots, 20\} \quad u \in [0, 1]$$

dove i (scelto in modo random) può assumere valori interi compresi tra 1 e n , e rappresenta l'indice della variabile da mutare (n è il numero di variabili di ogni singolo individuo); s (anch'esso scelto in modo random) può assumere solo i valori di -1 e +1, andando a definire la direzione di mutazione (negativa o positiva); r è il Mutation Step (generalmente assume valori compresi tra 0.1 e 10^{-6}) che moltiplica il dominio della variabile; u è scelto in modo random nel range $[0, 1]$; k indica la precisione di mutazione (può assumere valori interi compresi tra 4 e 20).

In Figura 5.11 viene mostrato un caso semplice di mutazione di un individuo con due variabili; la densità delle possibili soluzioni in prossimità del valore iniziale (cerchio rosso) è influenzata dal parametro k : maggiore è k e minore sarà la dispersione delle possibili soluzioni dal valore iniziale. s definisce la direzione di mutazione e r , il dominio di variazione della variabile.

5.4.5 Reiserimento

Una volta che i figli sono stati prodotti da selezione, ricombinazione e mutazione di individui della vecchia popolazione, possono essere reinseriti in una nuova popolazione in cui troveremo individui genitore assieme a individui figli.

L'opzione *Elitist*, combinata con *Fitness-Based*, ad ogni generazione rimpiazza un dato numero di genitori con maggior misfit, con lo stesso numero dei migliori figli (quelli con minor misfit). Questo è il concetto di *Elitismo* secondo il quale il miglior individuo di ogni generazione rimanga in quella successiva.

Il comportamento di tale algoritmo è visibile in Figura 5.12. In questo caso i due migliori figlio rimpiazzano i due peggiori genitori della vecchia popolazione. Dato che i genitori possono essere rimpiazzati da figli con minor fitness, la fitness media della nuova popolazione potrebbe diminuire; comunque, se i figli inseriti sono estremamente pessimi, questi saranno rimpiazzati da nuovi figli nella prossima generazione.

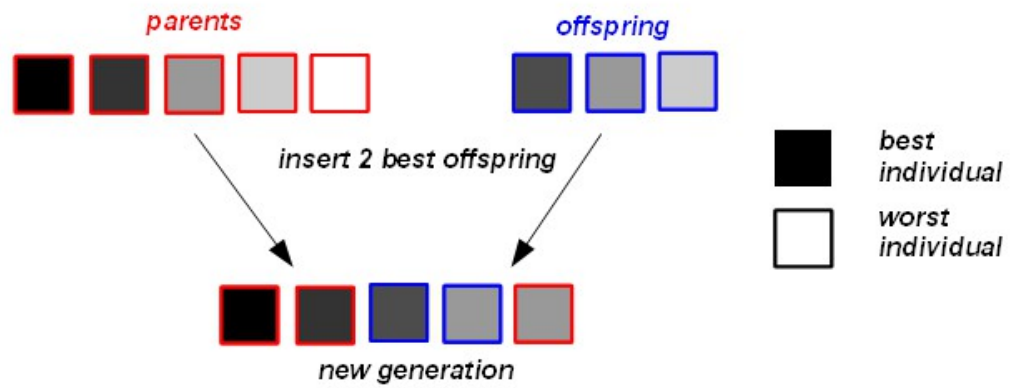


Fig. 5.12 Reinserimento di due figli nella vecchia popolazione, in cui vengono rimpiazzati i due genitori con minor fitness. Il valore di fitness maggiore è rappresentato dal colore nero mentre il minore dal bianco.

6 Full Waveform Inversion (FWI) 1D Elastic

6.1 Metodo FWI

La Full Waveform Inversion (FWI) è una procedura iterativa di data-fitting basata sulla modellazione dell'intero campo d'onda al fine di estrarre informazioni quantitative dai sismogrammi (Virieux e Operto, 2009).

L'obiettivo del processo di inversione consiste nel minimizzare la funzione di misfit che descrive le differenze tra il dato reale e i dati calcolati. Generalmente, nelle inversioni sismiche l'informazione contenuta nei sismogrammi registrati, come il travel time, l'ampiezza e la fase dei differenti tipi di onde (arrivi diretti, rifratti, riflessi, convertiti, ...), viene singolarmente estratta ed utilizzata in differenti tipi di inversioni. Per esempio, l'ampiezza di una particolare riflessione viene utilizzata nell'inversione AVA (Amplitude Versus Angle) standard.

Tarantola (1984; 1987) sosteneva che se fossimo capaci di simulare velocemente l'intera propagazione d'onda a partire da un modello geologico stimato, si potrebbe utilizzare il sismogramma calcolato per predire i modelli geologici reali lasciando che il data-misfit (ottenuto dal confronto tra dato osservato e calcolato) stabilisca la bontà del modello terrestre predetto. La principale difficoltà di questo approccio consiste nella capacità di risolvere in modo efficiente e realistico il forward problem partendo da un modello geologico dato.

La propagazione delle onde sismiche all'interno della terra è governata dall'equazione d'onda che lega il campo di spostamento alle forze esterne e alle distribuzioni dei parametri elastici. Sono stati sviluppati diversi metodi per il calcolo della soluzione numerica dell'equazione d'onda, ognuno dei quali risulta particolarmente adatto ad uno specifico tipo di applicazione. Oggi, nella FWI classica sono maggiormente utilizzati i metodi alle differenze finite e gli spectral-element methods (Fichtner, 2010), ma esistono altre tipologie di modellazione per il forward problem utilizzate nell'inversione sismica, come i metodi di riflettività (Fuchs e Muller, 1971; Kennett, 1983).

A causa del costo computazionale elevato per il calcolo del forward problem, la FWI

inizia ad essere applicata solo a partire dagli anni '90 ed è stata utilizzata su singoli shot-gathers, assumendo una approssimazione acustica e modelli geologici 1D. In questo caso, il processo di ottimizzazione (avendo un numero limitato di variabili) può essere eseguito usando tecniche di ottimizzazione globale, come il *Simulating Annealing* e *Algoritmi Genetici* (Sen e Stoffa, 1991; 1992).

Solo negli ultimi decenni la FWI ha raggiunto il suo massimo sviluppo. Infatti, l'evoluzione dei sistemi di calcolo e l'introduzione di tecniche di acquisizione innovative (come la copertura multipla) hanno permesso lo sviluppo della FWI Acustica 3D. In questo tipo di applicazione, in cui il numero di incognite è estremamente elevato, la FWI consiste in un'inversione locale linearizzata, assumendo valida l'approssimazione di Born secondo la quale il modello \mathbf{m} di dimensioni M , può essere scritto come la somma del modello iniziale \mathbf{m}_0 più una perturbazione del modello $\delta\mathbf{m}$ (Virieux e Operto, 2009).

Quindi il metodo di inversione FWI, lavorando soprattutto su modelli acustici, viene generalmente utilizzato come metodo locale per l'estrazione del campo di velocità P ad alta risoluzione, partendo da un modello di background vicino al modello reale. La linearità del metodo deriva dal fatto che il PI non lineare è risolto attraverso una minimizzazione locale della funzione di misfit. Dato il moderato costo computazionale delle operazioni iterative, questo metodo di inversione può essere applicato alla sismica 3D per ottenere modelli di velocità tridimensionali ad alta risoluzione da utilizzare a fini di imaging (migrazione).

In questo lavoro il metodo FWI segue un approccio differente; il PI, fortemente non lineare, viene risolto come tale attraverso metodi di ottimizzazione globali; in particolare, vengono utilizzati gli Algoritmi Genetici. La forte non-linearità è data dal fatto che il processo di inversione non ha un modello di background da cui partire (come nella FWI classica) ma sono disponibili solo alcune informazioni a priori sul modello (rappresentate dai domini di esistenza dei vari parametri in gioco).

Inoltre viene assunto un modello terrestre elastico 1D in cui le proprietà fisiche variano solo con la profondità. Il forward modelling utilizzato è basato sul metodo di riflettività di Kennet (1983) ed è l'operazione computazionalmente più costosa (circa il 95 % del tempo di calcolo). Ciò rende il metodo applicabile solo a pochi CDP e non ad un dataset di sismica 3D.

La procedura seguita è quella della *model-based inversion* (Sen e Stoffa, 1992) in cui i sismogrammi sintetici sono generati partendo da modelli terrestri assunti e successivamente comparati con il sismogramma registrato. Se il match è accettabile, il modello terrestre assunto rappresenta la soluzione. Altrimenti, il modello viene perturbato, i dati sintetici sono ricalcolati e nuovamente confrontati con i dati registrati. Questa procedura iterativa viene ripetuta finché non si ottiene un match accettabile tra i dati registrati e quelli calcolati, oppure può essere fissato un numero massimo di iterazioni da eseguire senza tener conto dell'entità dell'errore finale.

Quindi, l'inversione è vista come un processo di ottimizzazione da cui si ottiene un modello che meglio spiega i dati osservati. In particolare, si cerca di ricavare i valori ottimali delle velocità P e S, della densità e dello spessore degli strati. E' noto che l'inversione dell'intero campo d'onda è un PI fortemente non lineare (Sen e Stoffa, 1991) e la funzione errore risulta multimodale.

6.2 Codice FWI 1D ELASTIC

Il codice è fondato su un processo di ottimizzazione, guidato dai GA, in cui si va a minimizzare il misfit tra il dato osservato e i dati predetti. Il forward problem è calcolato tramite il software Oases, presentato nel capitolo 3.

L'obiettivo è quello di definire le proprietà elastiche V_P , V_S e ρ , e spessore dei layer.

In Figura 6.1 è riassunto schematicamente il funzionamento del codice di inversione nel caso in cui si parta da modelli sintetici. L'inversione ha inizio con la determinazione del modello osservato che, come già accennato, è costituito da uno dei tre modelli di fondo mare ricavati dall' Ocean Drilling Program. Successivamente viene creato il sismogramma derivante da tale modello, ottenendo così il dato osservato d_{obs} (box di colore ciano).

Parallelamente, definiti i bounds del dominio di ricerca, i GA creano la prima popolazione di individui; ogni singolo individuo rappresenta una combinazione, più o meno ottimale, dei parametri costituenti il modello. Per ciascun individuo o modello viene calcolato il sismogramma sintetico che rappresenterà il dato predetto o calcolato, d_{pre} (box di colore magenta).

A questo punto (box in giallo), sia il d_{pre} che il d_{obs} vengono sottoposti ad alcune modifiche:

- i. viene eseguito il muting dei primi arrivi in modo da escludere rifrazioni profonde che non possono essere modellate (Figura 6.2 b);
- ii. il dato viene guadagnato attraverso una funzione che lavora su finestre scorrevoli traccia-traccia lungo l'asse dei tempi (Figura 6.2 c). All'interno di ciascuna finestra viene calcolata l'energia media; l'inverso di tale energia diventerà il valore della funzione guadagno per il campione centrale della finestra. In questo modo viene costruita la matrice della funzione di gain da moltiplicare per d_{obs} e d_{pre} .
- iii. Il sismogramma mutato e guadagnato, viene sottoposto alla correzione di Normal Move Out statico (Figura 6.2 d): conoscendo lo spessore e la velocità dello strato d'acqua, si va ad orizzontalizzare la riflessione di fondo mare; questa operazione permette di portare verso l'alto le riflessioni più profonde che, in un modello a velocità crescente, vengono sovraccorrette.
- iv. Infine, il dato viene ritagliato limitandoci alle sole riflessioni primarie del sismogramma (Figura 6.2 e). Oases ha in input un modello con un numero di strati limitato (dato che lo scopo del lavoro è quello di indagare i primi 200 metri circa di fondale) e ciò che il software ci mostra, dopo le riflessioni primarie, non sono altro che multiple. Nella realtà il modello terrestre risulta costituito da un numero elevato di strati che non possiamo modellare avendo un modello poco profondo.

Dato che l'attenzione è rivolta alle sole riflessioni primarie, si comprende meglio il perché del punto (3): tale operazione, infatti, permette di portare informazioni aggiuntive (fondamentali per un'inversione FWI) all'interno del dato ritagliato, che altrimenti non sarebbero state visibili.

Una volta eseguite le operazioni sopra descritte sia su d_{obs} che sui d_{pre} , si va a calcolare il misfit ai minimi quadrati:

$$error\ function = \sqrt{(d_{obs} - d_{pre})^2} \quad . \quad (6.1)$$

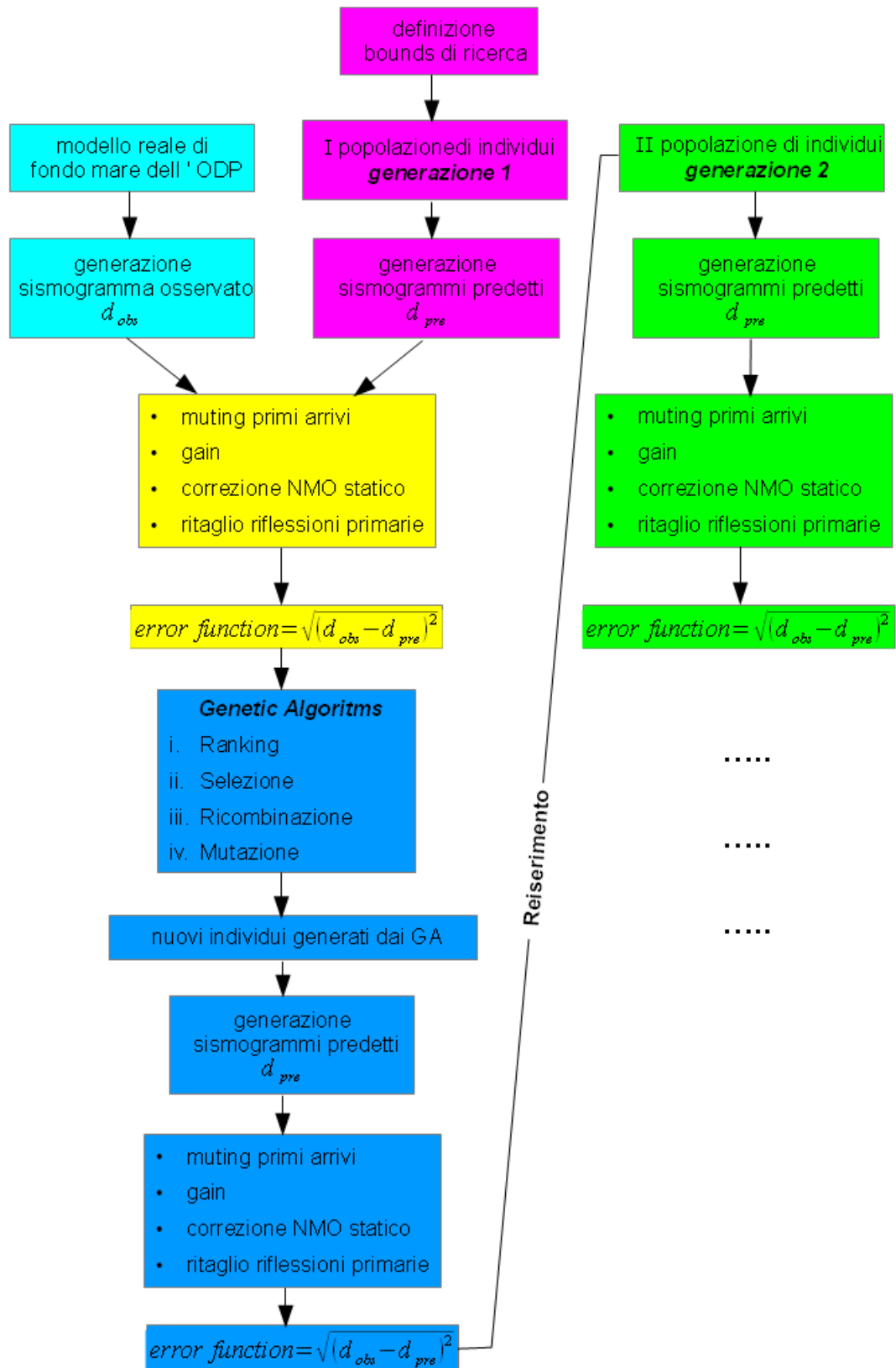


Fig. 6.1 *Illustrazione schematica del codice FWI 1D ELASTIC*

In questo modo ad ogni individuo viene associato un valore di errore nell'approssimare il dato osservato. Successivamente entrano in gioco i GA (box in blu) che vanno a modificare alcuni degli individui della prima popolazione, creandone dei nuovi da reinserire nella seconda popolazione.

Le operazioni eseguite sono il ranking, selezione, ricombinazione e mutazione che sono eseguite nelle modalità descritte nel paragrafo 5.4.

Per i nuovi individui ottenuti dai GA si va a calcolare il sismogramma sintetico, definendo così dei nuovi d_{pre} ; questi vengono sottoposti al muting dei primi arrivi, guadagno, correzione di NMO statico e ritaglio delle riflessioni primarie, descritte in precedenza.

Infine, i d_{pre} risultanti vengono confrontati con il d_{obs} per la determinazione di una nuova funzione errore, sempre calcolata secondo la (6.1).

Giunti a questo punto, siamo al termine della prima generazione e gli individui della prima popolazione e quelli derivanti da questa, modificati dai GA, entrano in competizione, con i loro valori di funzione errore, per il reinserimento. Quest'ultima operazione porterà alla creazione della seconda popolazione e l'inizio, così, della generazione 2, che sarà sottoposta alle stesse azioni eseguite sulla generazione 1 (box verdi).

Il processo va avanti fino al numero massimo di generazioni settato dall'utente. Il risultato dell'inversione è il modello con un minor misfit contenuto nell'ultima popolazione (ultima generazione) di individui. Le proprietà elastiche e gli spessori dei layer di questo miglior modello vengono plottati a confronto con i parametri reali per giudicare il risultato raggiunto.

Il tempo necessario all'inversione è dipendente: dal numero massimo di generazioni, dal numero di individui per ogni popolazione e dal tasso di selezione scelti. Infatti, questi tre parametri determinano il numero di forward problem da attuare e la costruzione dei sismogrammi è l'operazione a costo computazionale maggiore.

Il codice sfrutta le potenzialità dell'utilizzo di sottopopolazioni. Il misfit tra il miglior modello di ogni sottopopolazione e il dato osservato, viene monitorato continuamente lungo tutte le generazioni in modo da osservare i diversi punti dello spazio dei modelli campionati da ogni singola sottopopolazione. Arrivati ad una determinata generazione viene effettuata la migrazione degli individui.

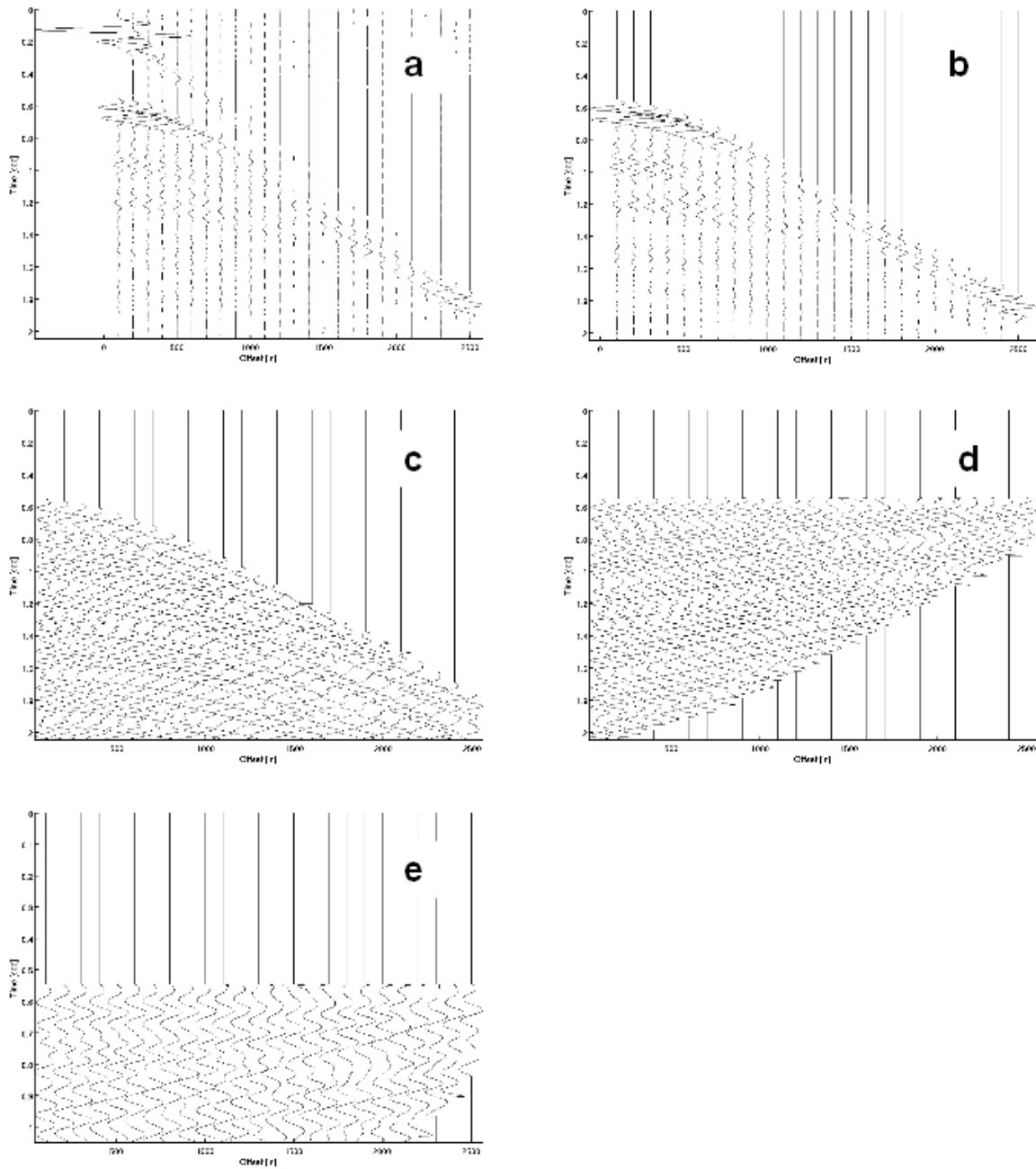


Fig. 6.2 *Illustrazione delle operazioni eseguite sul sismogramma sintetico prima di iniziare l'inversione: a) sismogramma calcolato iniziale, b) muting primi arrivi, c) gain, d) correzione NMO statico, e) ritaglio riflessioni primarie.*

6.3 Approccio statistico

Il problema geofisico, per la stima dei parametri del modello terrestre dalle osservazioni di dati geofisici, soffre di un limite fondamentale: più modelli possono fittare bene le osservazioni. Questo fenomeno di non unicità della soluzione può essere dato da più fattori.

Il maggiore di questi è rappresentato dal fatto che, in realtà, le proprietà elastiche della sottosuperficie variano continuamente in tutte le direzioni spaziali (cioè, lo spazio dei modelli ha infinite dimensioni) e noi siamo di fronte al problema di costruire un modello terrestre a partire da un dataset di dimensioni finite (Menke, 1984).

In questo modo l'interprete si trova di fronte a più scelte per il giusto modello terrestre e spesso il numero di scelte possibili può essere ridotto attraverso l'introduzione di conoscenze a priori sui modelli terrestri. Jackson (1979) sottolinea che lo scopo di un'inversione non è solo quello di trovare un modello di best-fitting ma anche di caratterizzare l'incertezza del risultato di inversione.

Un ulteriore approccio per descrivere il PI è di usare un framework di tipo statistico (Jackson, 1979; Tarantola e Valette, 1982; Box, Leonard e Chien-Fu, 1983; Tarantola, 1987) per tentare di caratterizzare la non unicità della soluzione descrivendo quest'ultima in termini di *Funzioni di Densità di Probabilità (pdf)* nello spazio dei modelli.

L'approccio statistico consente di stimare i bounds di incertezza del modello risultante e le correlazioni tra i differenti parametri del modello. Il vantaggio di tale approccio è proprio quello di ottenere una funzione di *Densità di Probabilità a Posteriori (PPD)* di un modello a partire da un dato osservato.

6.3.1 Formulazione Bayesiana

Tarantola e Valette (1982), e Trantola (1987) formulano il PI su basi teoriche e statistiche, mostrando come stati differenti dell'informazione a priori possono essere combinati per restituire una risposta al PI. Tarantola (1987) mostra anche come i metodi di ottimizzazione basati sul gradiente possono essere usati nella ricerca del minimo della funzione errore.

La formulazione di Bayes è un ulteriore approccio spesso utilizzato nei problemi geofisici. Questa risulta simile alla formulazione di Tarantola (1987) che può essere derivata dalla legge di Bayes (Duijndam, 1988).

La legge di Bayes è uno strumento matematico utile per aggiornare le nostre attuali conoscenze quando nuove misure sono disponibili: cioè, durante un processo di ottimizzazione iterativo, ad ogni iterazione si possono ottenere nuove informazioni utilizzabili nella ricostruzione della PPD. Una descrizione dettagliata sui modelli di statistica Bayesiana può essere trovata nel testo di Box e Tiao (1973). Alcune applicazioni geofisiche sono date da Jackson e Matsura (1985), Duijndam (1987) e Cary e Chapman (1988).

Di seguito viene fatto un breve richiamo alla formulazione di Bayes.

Se rappresentiamo il modello con un vettore \mathbf{m} ed il dato con un vettore \mathbf{d} , avremo:

$$\vec{m} = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_M]^T \quad \vec{d} = [d_1, d_2, d_3, \dots, d_N]^T$$

in cui m_i e d_i sono considerate variabili random. Le quantità M e N sono il numero dei parametri del modello e il numero dei dati; l'indice T rappresenta una matrice trasposta.

Seguendo la trattazione di Tarantola (1987), ricordando che la probabilità condizionale $p(d|m)$ è la *pdf* di \mathbf{d} per un dato \mathbf{m} , $\sigma(m|d)$ è la *pdf* di \mathbf{m} per un dato \mathbf{d} , $p(d)$ è la *pdf* del dato \mathbf{d} indipendente da \mathbf{m} e $p(m)$ è la *pdf* del modello \mathbf{m} indipendente dal dato \mathbf{d} .

Dalla definizione di probabilità condizionale si trova che:

$$\sigma(m|d) \cdot p(d) = p(d|m) \cdot p(m) \quad (6.2)$$

Dall'equazione (6.2) si ricava un'espressione per il calcolo della *pdf* condizionale del modello \mathbf{m} in funzione dei dati misurati \mathbf{d} :

$$\sigma(m|d) = \frac{p(d|m) \cdot p(m)}{p(d)} \quad (6.3)$$

La (6.3), che descrive le informazioni riguardanti \mathbf{m} dato \mathbf{d} , è conosciuta come Teorema di Bayes. Il denominatore $p(d)$ non dipende da \mathbf{m} e può essere considerato un fattore costante (Duijndam, 1988). Rimpiazzando il denominatore con una costante:

$$\sigma(m|d) \propto p(d|m) \cdot p(m) \quad (6.4)$$

Se poniamo $d = d_{obs}$, dove d_{obs} è il dato misurato, $p(d|m)$ viene denotato con $l(d_{obs}|m)$, chiamata Likelihood Function (Box and Tiao, 1973; Cary and Chapman, 1988). L'equazione (6.4) diventa:

$$\sigma(m|d_{obs}) \propto l(d_{obs}|m) \cdot p(m) \quad (6.5).$$

$p(m)$ è la *pdf* del modello \mathbf{m} indipendente dal dato \mathbf{d} ; cioè, essa descrive l'informazione che abbiamo sul modello senza conoscere il dato ed è chiamata *pdf a Priori*. Allo stesso tempo, la *pdf* $\sigma(m|d_{obs})$ è lo stato di informazioni sul modello \mathbf{m} in funzione del dato osservato ed è chiamata *pdf a Posteriori* o *PPD* quando è normalizzata.

Per una *pdf* a priori uniforme (in cui si conosce, per esempio, il dominio di variazione dei parametri del modello), la *pdf* a posteriori è determinata primariamente dalla likelihood function.

La scelta della likelihood function dipende dalla distribuzione del rumore o errore nel dato (Box and Tiao, 1973; Cary and Chapman, 1988). Assumendo un errore gaussiano, la likelihood function è espressa da:

$$l(d_{obs}|m) \propto \exp(-E(m)) \quad (6.6)$$

dove $E(m)$ è la funzione errore data da

$$E(m) = \frac{1}{2} \cdot (d_{obs} - g(m))^T \cdot C_D^{-1} \cdot (d_{obs} - g(m)) \quad (6.7)$$

in cui g rappresenta l'operatore di forward modelling e C_D è chiamata Matrice di Covarianza del dato, la quale contiene l'incertezza sul dato.

Per una pdf a priori uniforme, il massimo della PPD coincide con il minimo della funzione errore $E(m)$.

6.3.2 Densità di Probabilità a Posteriori

Il problema inverso della FWI viene spesso affrontato attraverso l'utilizzo della statistica Bayesiana, in cui l'informazione a priori sui parametri del modello è combinata con i dati e la fisica del problema diretto per stimare la PPD nello spazio del modello.

La PPD è funzione della fitness function (o della funzione di misfit) calcolata attraverso la comparazione del dato osservato con il dato calcolato. In generale, la PPD o la fitness function sono funzioni multimodali e la loro forma è sconosciuta.

Lo scopo della statistica Bayesiana è quello di tentare di ricostruire tali forme in parallelo al lavoro svolto dai GA che non richiedono la conoscenza della forma della fitness function per la risoluzione del problema di ottimizzazione.

Seguendo i punti cardinali del lavoro di Sen e Stoffa (1992) è stato possibile

impostare il problema di inversione in termini statistici. In prima parte, per il calcolo delle PPD, è stata definita la funzione di fitness come una funzione di cross-correlazione normalizzata $E(m)$:

$$E(m) = \frac{2 \cdot (d_{obs} \otimes d_{pre})}{(d_{obs} \otimes d_{obs}) + (d_{pre} \otimes d_{pre})} \quad (6.8)$$

Quindi, ad ogni generazione, viene calcolato il valore della fitness function per ogni modello m generato. I valori di cross-correlazione e autocorrelazione sono presi a lag zero.

Inoltre si assume una distribuzione di probabilità di Gibbs², come PPD:

$$\sigma(m) = \frac{\exp[E(m)]}{\sum[E(m)]} \quad (6.9)$$

Ad ogni generazione viene calcolata la $\sigma(m)$ per ogni modello m estratto; la sommatoria, al denominatore, comprende i valori di $E(m)$ calcolati per tutti i modelli m ad ogni generazione.

Tarantola et al. (1990) consiglia di rappresentare ogni modello, estratto nel processo di ottimizzazione, con il suo valore di PPD.

In particolare, in questo lavoro si segue l'operazione di binning di Frazer e Basu (1990) tentando di ricostruire le PPD marginali dei vari parametri del modello. Il dominio di variazione di ogni singolo parametro viene suddiviso in più o meno piccoli segmenti (maggiore o minor risoluzione) che funzioneranno da contenitori.

L'operazione di binning consiste nel costruire un array di dimensioni MN nella memoria del computer, dove M è il numero dei parametri del modello e N è il numero dei valori che ogni parametro del modello può assumere. Per ogni modello derivato ad ogni generazione, viene calcolata $\sigma(m)$, secondo la (6.9), il cui valore viene memorizzato nella propria posizione all'interno dell'array per ciascuno dei parametri

² L'algoritmo globale viene affiancato dalla scelta della distribuzione di Gibbs come densità di probabilità a priori (Rothman, 1985).

del modello. Per tutti i modelli estratti, i valori di PPD sono sommati all'interno del bin corrispondente. Alla fine di tutte le generazioni si calcola la somma di tutti i valori inseriti e si divide ciascun valore di PPD per tale somma, ottenendo così una PPD normalizzata.

Parallelamente, viene calcolato anche un modello medio

$$\langle m \rangle = \int dm \, m \cdot \sigma(m) \quad (6.10),$$

che è approssimato ad una somma:

$$\langle m \rangle = \sum m \cdot \sigma(m) \quad (6.11).$$

Otterremo un vettore di lunghezza M, dove M è il numero dei parametri del modello. Quindi, ogni elemento del vettore rappresenta un particolare parametro del modello. Ad ogni generazione, vengono calcolati i prodotti tra i valori dei parametri del modello e la rispettiva $\sigma(m)$,

$$m \cdot \sigma(m) ;$$

tale prodotto è poi inserito nella corrispondente posizione all'interno del vettore.

Ad ogni generazione il vettore viene aggiornato sommando i nuovi prodotti e alla fine delle generazioni si ricava il modello medio normalizzando il vettore per il numero totale di generazioni calcolate.

6.4 Test: applicazione analitica

Per validare il funzionamento del codice di inversione associato alla determinazione delle PPD marginali, si è scelto di effettuare un test su una semplice funzione, rappresentata da una PPD congiunta di due variabili aleatorie (parametri del modello) X_1 e X_2 :

$$PPD = p(X_1, X_2 | D, I)$$

in cui D e I rappresentano, rispettivamente, le informazioni a priori dipendenti e indipendenti.

La PPD è costituita dalla somma di due distribuzioni normali di probabilità congiunte

$$PDF_1(X_1, X_2) \text{ e } PDF_2(X_1, X_2) :$$

$$p(X_1, X_2 | D, I) = 0.5 \cdot [PDF_1(X_1, X_2) + PDF_2(X_1, X_2)] \quad (6.12).$$

Il fattore 0.5 assicura la normalizzazione a uno dell'area della risultante PPD.

La $PDF_1(X_1, X_2)$ ha media $\mu = (0,0)$ e matrice di covarianza $\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;

mentre la $PDF_2(X_1, X_2)$ ha media $\mu = (4,0)$ e matrice di covarianza

$$\sigma = \begin{bmatrix} 2 & 0.8 \\ 0.8 & 2 \end{bmatrix} .$$

Attraverso la loro somma, come descritto dalla (6.12), si ottiene una PPD rappresentata da una funzione bimodale (Figura 6.3) con due picchi posizionati in $(0,0)$ e $(4,0)$, che ha media $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ e matrice di covarianza

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} , \text{ ed è definita dall'espressione seguente:}$$

$$p(X_1, X_2 | D, I) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(1-\rho^2)} \cdot \sigma_{11} \cdot \sigma_{22}} \cdot \exp \left[-\frac{Z}{2 \cdot (1-\rho^2)} \right] \quad (6.13)$$

dove

$$Z = \frac{(X_1 - \mu_1)^2}{\sigma_{11}} - \frac{2 \cdot \rho \cdot (X_1 - \mu_1) \cdot (X_2 - \mu_2)}{(\sigma_{11} \cdot \sigma_{22})^{1/2}} + \frac{(X_2 - \mu_2)^2}{\sigma_{22}} \quad \text{e}$$

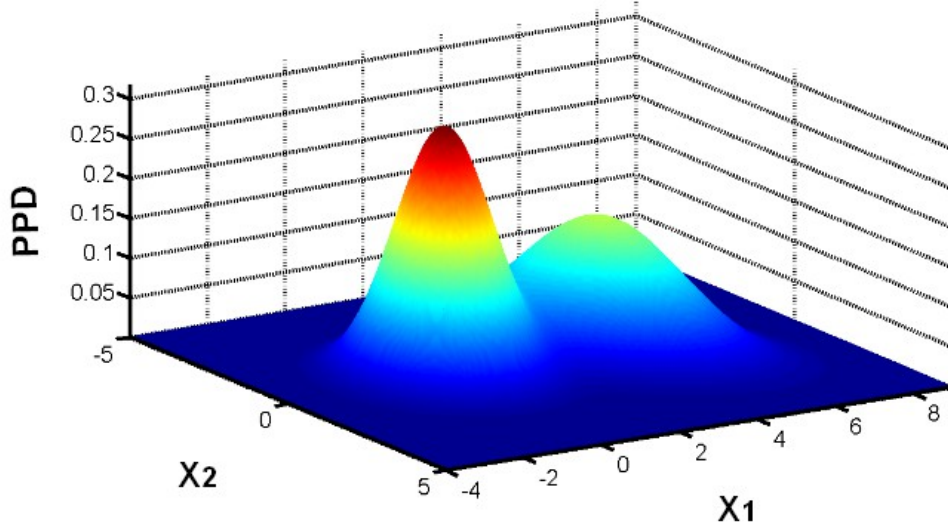


Fig. 6.3 La PPD, ottenuta dalla somma delle PDF1 e PDF2, è una funzione bimodale con un picco in (0,0) e l'altro in (4,0).

$$\rho = \text{cor}(X_1, X_2) = \frac{\sigma_{12}}{(\sigma_{11} \cdot \sigma_{22})^{1/2}}$$

è il coefficiente di correlazione delle due variabili aleatorie. E' questa la funzione di PPD che vogliamo stimare attraverso il campionamento dello spazio dei modelli con i GA.

In Figura 6.4 sono plottati 6000 campioni esaminati dai GA sulla PPD costruita; teoricamente, il numero di campioni disegnato sopra una piccola regione è proporzionale al valore di PPD per quella determinata regione, e questo attualmente fornisce un modo per la stima della superficie della PPD con l'istogramma dei punti campionati.

Basandosi sui 6000 punti campionati, gli istogrammi, rappresentanti la frequenza relativa di campionamento delle variabili X_1 e X_2 , sono plottati per approssimare le PPD marginali che sono paragonate con le PPD marginali reali (Figure 6.5 e 6.6).

E' mostrato che il fit, tra le PPD marginali stimate e quelle reali, è buono; ciò conferma che il numero di campioni sopra una piccola regione è direttamente proporzionale al valore della PPD per quella regione. I valori dello spazio dei modelli

maggiormente campionati corrisponderanno, ovviamente, ai picchi delle PPD marginali stimate.

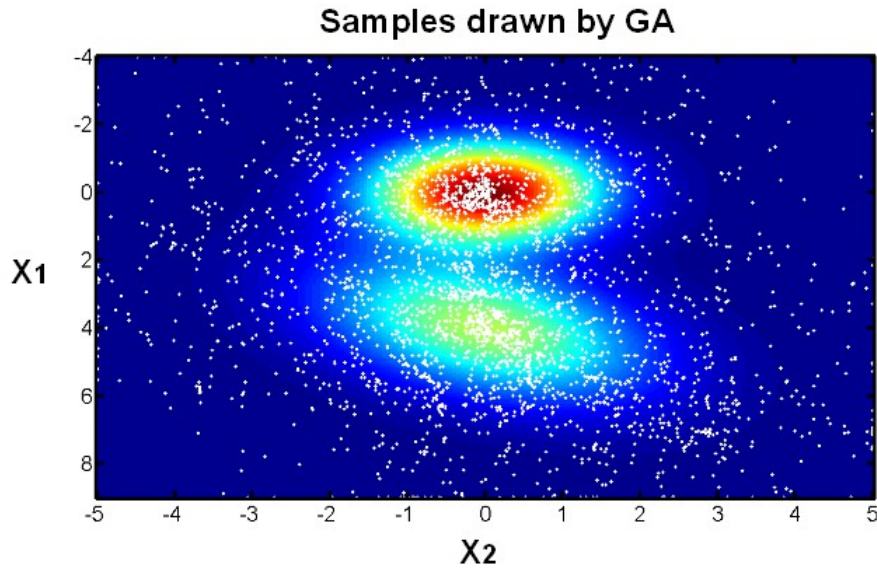


Fig. 6.4 Il codice basato sui GA ha campionato 6000 punti sulla PPD. L'algoritmo di ottimizzazione esplora tutto lo spazio dei modelli e successivamente si concentra sui picchi con alti valori di PPD.

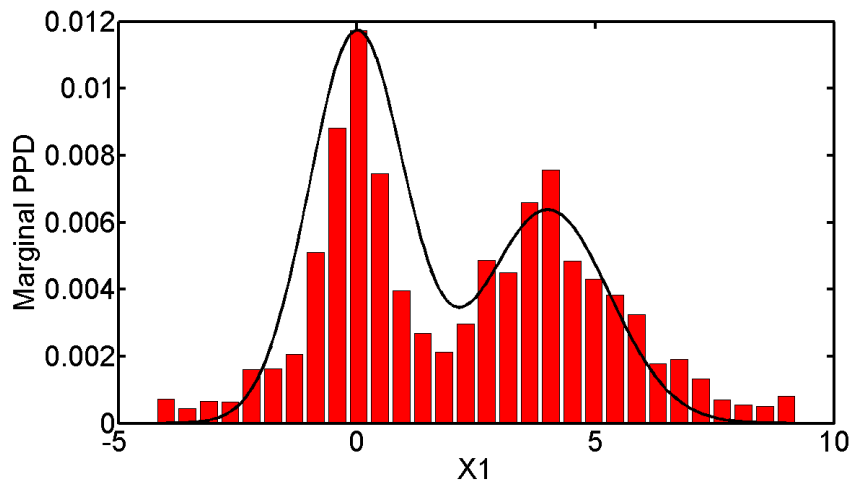


Fig. 6.5 Attraverso il binning del dominio di X_1 è possibile costruire l'istogramma che rappresenta la frequenza con la quale un determinato valore di X_1 è campionato. Tale frequenza risulta proporzionale al valore della PPD per quel dato valore. In questo modo si vuole ricostruire l'andamento della PPD marginale per X_1 . In Figura si possono confrontare la PPD marginale calcolata (istogramma in rosso) e reale (linea nera).

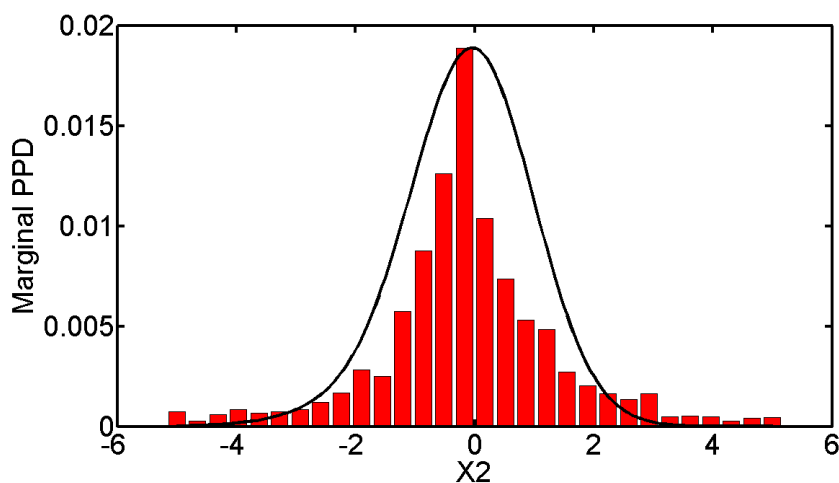


Fig. 6.6 PPD marginale di X_2 costruita attraverso la frequenza di campionamento dei valori di X_2 (istogramma in rosso) confrontata con il reale andamento della PPD marginale di X_2 (linea nera).

E' bene osservare che l'algoritmo, in questo caso, restituisce risultati accettabili in quanto lavora su una semplice funzione bimodale; gli stessi risultati non possono essere raggiunti con la stessa facilità nel caso in cui il problema di inversione lavora con una PPD multimodale molto complicata (come nella FWI). Il problema sostanziale è dato quindi dalla presenza di più minimi locali che necessitano di un'elevata esplorazione dello spazio dei modelli, la quale comporta, a sua volta, costi computazionali elevati richiesti dal forward modelling.

6.5 FWI in dominio post-stack

Il PI geofisico, che ha lo scopo di stimare le proprietà fisiche dei layer costituenti il sottosuolo a partire da dati geofisici registrati, cerca il valore ottimo globale di una funzione oggetto derivata dalla comparazione di dati registrati e dati calcolati per un set di parametri del modello.

Questa funzione oggetto risulta multimodale ed i metodi di ottimizzazione globale, come i GA, possono essere utilizzati per risolvere il problema. Questo metodo viene affiancato ad un framework Bayesiano, in cui l'informazione a priori sui parametri del modello è combinata con le informazioni ottenute dai dati e dalla fisica del problema diretto per stimare la PPD nello spazio dei modelli, che rappresenta la soluzione del PI (Sen e Stoffa, 1992). In generale, la forma della PPD è molto complicata e può essere multimodale.

L'inserimento dell'incognita spessore nel problema di inversione (oltre alle incognite delle velocità P e S , e densità ρ) causa un'ulteriore espansione dello spazio dei modelli. La sovrapparametrizzazione del PI può causare il non raggiungimento della soluzione finale, sia a causa dei grandi tempi richiesti per l'esplorazione di un così ampio spazio dei modelli, sia per l'alta complessità della funzione di misfit.

Prima di passare all'inversione FWI elastica 1D, si è pensato di testare i GA su di un PI più semplice, ma analogo, in cui si ha sempre l'incognita spessore ma diminuisce il numero di incognite totali. In pratica, lo scopo di questo ulteriore test è di verificare se è possibile raggiungere una soluzione ottima del problema e di osservarne le PPD marginali stimate.

Inoltre, il metodo di inversione, in questo caso, offre il vantaggio di essere molto rapido nella risoluzione del PI; questa caratteristica ha permesso di analizzare l'influenza di ciascun parametro dei GA, come il numero di sottopopolazioni, numero di generazioni, tasso di mutazione, ... nella ricerca del modello ottimale.

In pratica, è stato applicato il codice di inversione al caso di singola traccia post-stack in cui si ritrovano solo due incognite: Impedenza Acustica (AI) e spessore in tempi.

Il passaggio al dominio di AI è stato necessario per racchiudere in un'unica incognita le proprietà di velocità P e densità ρ . Data l'eliminazione dell'incognita V_P , dal

problema di inversione, è conseguente il passaggio da spessori spaziali a spessori temporali.

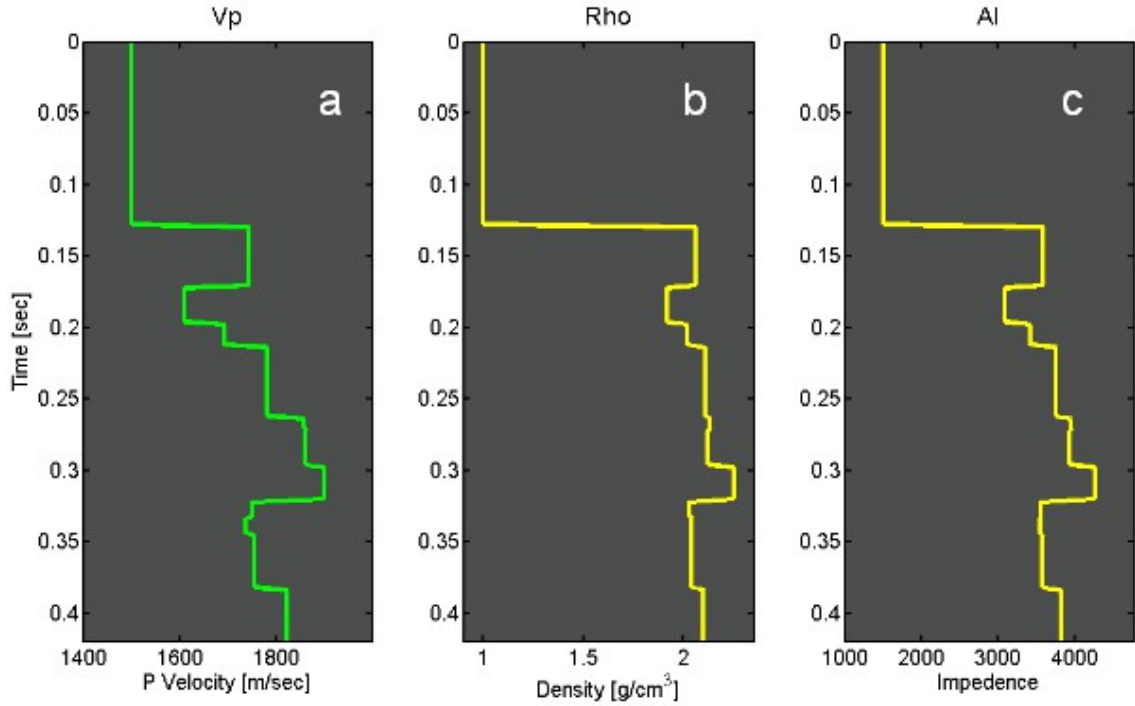


Fig. 6.7 Costruzione della traccia di impedenza acustica (visibile in c) a partire dalla conoscenza dei trend di V_P (a) e Rho (b) del modello 3.

In Figura 6.7 (a, b) si osservano i trend di V_P e ρ del modello 3 necessari per il calcolo della traccia di impedenza acustica (Figura 6.7 c); sull'asse delle ordinate si può osservare la profondità già convertita in tempi. L' AI è stata ricavata attraverso la definizione seguente:

$$AI = V_P \cdot \rho \quad . \quad (6.14)$$

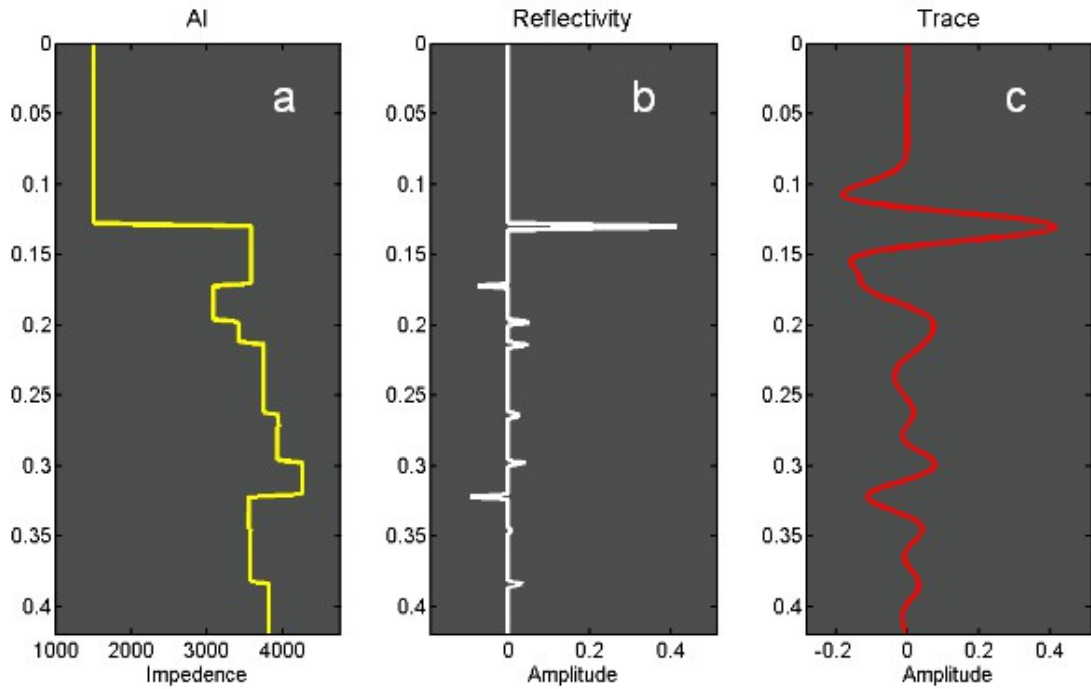


Fig. 6.8 Ricavata la traccia di AI (a), si deriva la traccia di riflettività (b) che viene poi convoluta con l'ondina di Ricker per il calcolo della traccia stack (c).

Trattandosi di una traccia stack è stato possibile in seguito ricavare la traccia di riflettività (Figura 6.8 b), sapendo che a offset zero il coefficiente di riflessione è dato da

$$R = \frac{AI_2 - AI_1}{AI_2 + AI_1} \quad (6.15)$$

Infine, per il calcolo della traccia stack (Figura 6.8 c) è stata convoluta un'ondina di Ricker con frequenza centrale di 30 Hz con la traccia di riflettività.

Le informazioni a priori disponibili nel problema di inversione riguardano i bounds che delimitano il dominio dei parametri in gioco.

Il forward problem, in questo caso, è rappresentato dalla convoluzione dell'ondina di Ricker per la traccia di riflettività; ciò riduce di molto il tempo di calcolo.

In Figura 6.9 si possono osservare i risultati dell'inversione per il modello 3. In a) si

nota la completa sovrapposizione tra il dato osservato e calcolato; in b) vengono mostrati in sovrapposizione i trend di impedenza osservato e calcolato e in c) si osserva l'errore, tra dato osservato e calcolato, in funzione della generazioni.

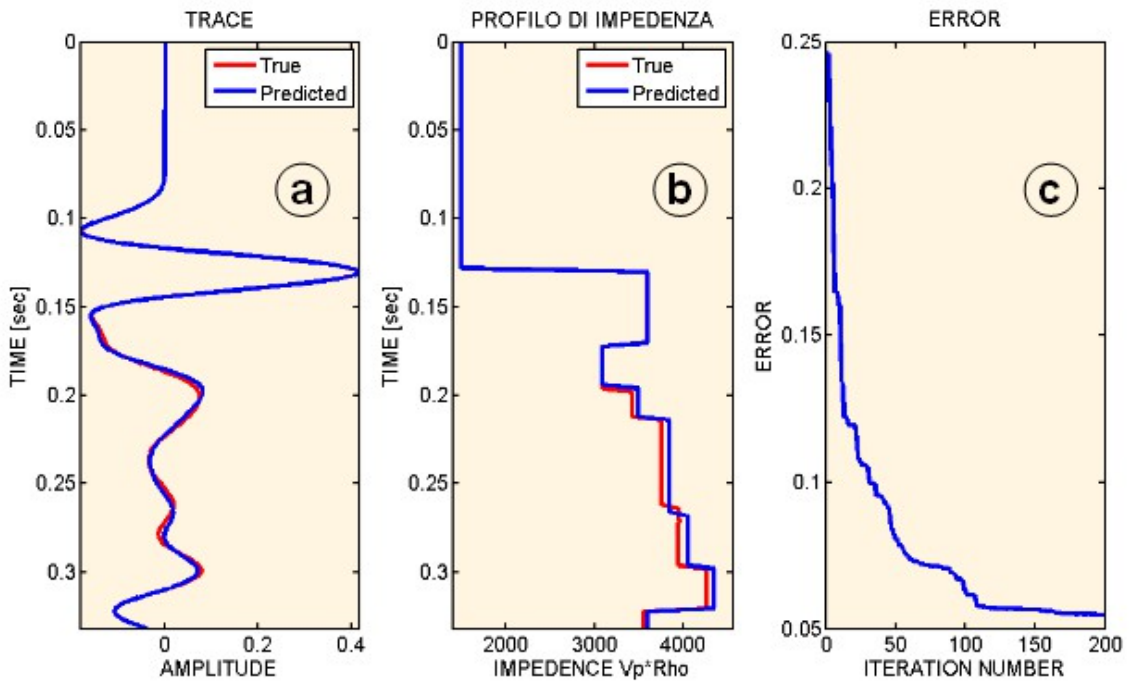


Fig. 6.9 Risultati di inversione FWI traccia stack per il modello 3. In a) si osserva la sovrapposizione tra dato osservato e dato calcolato, in b) sono sovrapposti i trend di impedenza osservato e calcolato, in c) si può notare l'andamento dell'errore tra i due dati in funzione del numero di generazioni.

In Figura 6.10, vengono mostrate le PPD marginali dei primi sei strati del modello 3, per i parametri incogniti: A_l (colonna a sinistra) e spessore in tempi (colonna a destra). Sopra alle PPD sono plottati il modello reale (verde), medio (blu) e migliore (nero). Si può osservare che le densità di probabilità rimangono ben confinate attorno ai valori medi, reali e migliori che in alcuni casi tendono anche a coincidere. L'andamento delle PPD è piuttosto complicato con funzioni multimodali difficili da interpretare e i valori reale, medio e migliore si concentrano sempre sui massimi di probabilità. Per ricavare informazioni più attendibili dalle PPD, sarebbe necessaria

una maggiore esplorazione dello spazio dei modelli aumentando il numero delle generazioni.

Il limiti applicativi del metodo di inversione su traccia post-stack sono molteplici, tra i quali i più evidenti sono:

- l'ondina di Ricker utilizzata per la costruzione della traccia osservata è la stessa che viene utilizzata nell'inversione;
- all'interno della traccia osservata non è stato inserito rumore;
- sono necessari dei bounds dei domini di ricerca di ogni parametro piuttosto restrittivi dato che le informazioni a disposizione nell'inversione sono rappresentate dalla singola traccia stack e non da una serie di tracce che vincolerebbero maggiormente il risultato (l'FWI infatti lavora sull'intero sismogramma).

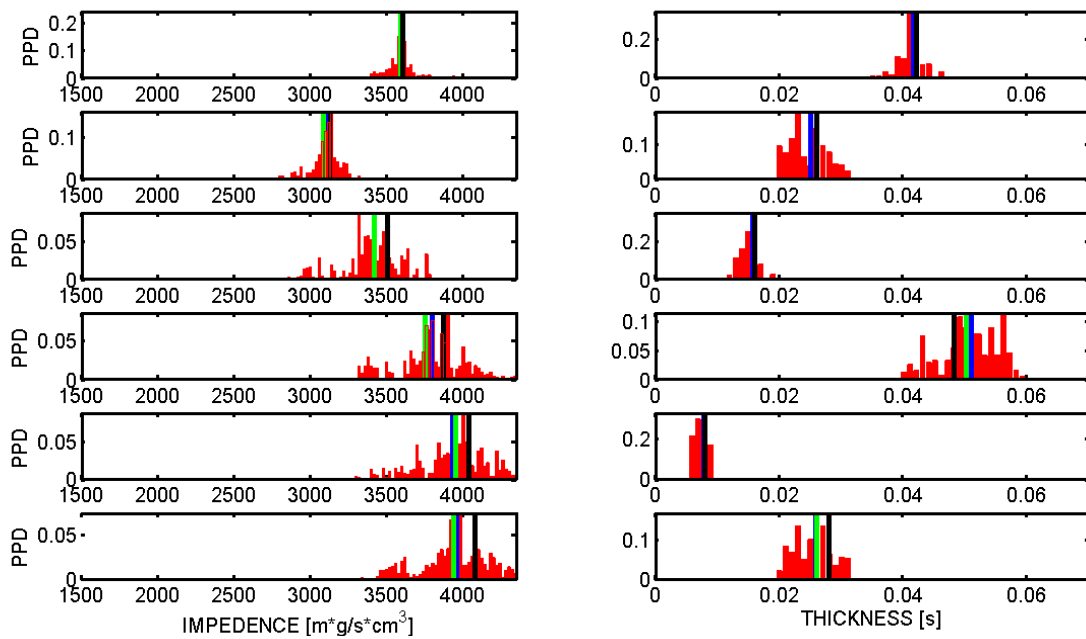


Fig. 6.10 Risultati del calcolo delle PPD marginali per i primi sei strati (escludendo lo strato di acqua) del modello 3. Le barre verticali indicano rispettivamente il modello medio (blu), reale (verde) e migliore (nero). La prima colonna rappresenta le PPD marginali riferite all'impedenza acustica, mentre la seconda colonna indica le PPD marginali dello spessore in tempi dei vari layer.

In letteratura esistono diverse metodologie che lavorano sull'inversione della singola traccia post-stack come Band Limited Impedance Inversion e Model Based Inversion. Entrambi i metodi necessitano informazioni a priori rappresentate dall'andamento in bassa frequenza del log di impedenza vicino all'area di studio.

Comunque, tali metodologie potrebbero essere prese in considerazione come strumenti in grado di restituire un modello di spessori e impedenza iniziale utile come informazione a priori per l'inversione FWI 1D ELASTIC.

7 FWI 1D ELASTIC: prove di inversione

In questo capitolo vengono visualizzati i risultati delle prove di inversione ottenute attraverso il codice FWI 1D ELASTIC implementato in maniera seriale (nei casi sintetici) e parallela (nel caso reale). Vengono analizzate tre prove di inversione su dati sintetici ricavati dai modelli geologici dell'ODP e due prove su dato reale.

Per quanto riguarda i dati sintetici, si è scelto di presentare i risultati inerenti il modello 1, ma le stesse considerazioni valgono, allo stesso tempo, per i modelli 2 e 3. La prova di inversione 1 ha il fine di ricavare V_P , V_S , ρ e spessore dei layers costituenti il modello in esame. Mentre le prove 2 e 3 non stimano lo spessore (che viene posto uguale al corrispondente valore reale) ma solo le proprietà elastiche dei mezzi: in questo modo si vuole studiare la risposta del sistema nel caso in cui l'incognita spessore è eliminata.

La differenza tra le prove 2 e 3 risiede nel fatto che nella prova 3 viene aggiunto rumore casuale al dato osservato. Per tutte le prove di inversione vengono analizzate anche le PPD marginali calcolate per ogni parametro incognito.

Dato che nella prova di inversione 1 è presente una incognita aggiuntiva, rappresentata dagli spessori dei layers, è stato settato un numero maggiore di generazioni per favorire la ricerca del modello migliore. Infatti, il tempo di calcolo dell'inversione 1 è maggiore delle altre prove di circa venti ore. Di seguito, per ogni prova viene illustrato l'esatto tempo di elaborazione richiesto.

Per una miglior visualizzazione, tutti i sismogrammi relativi alle prove sui sintetici vengono moltiplicati per la stessa funzione di guadagno; questo permette anche una comparazione tra i diversi risultati derivanti dalle differenti prove.

Nell'inversione su dato reale si stimano le proprietà elastiche del modello a strati costanti; infatti, si è scelto di eliminare l'incognita spessore per alleggerire il processo di inversione. Le prove 4 e 5 lavorano su codice implementato in parallelo per ottenere un forte incremento della velocità di calcolo. La differenza tra le due prove risiede nel calcolo del data-misfit; infatti nella prova 4 vengono confrontati i sismogrammi reale e calcolato, mentre nella prova 5 si confronta l'involuppo delle tracce reali e calcolate.

7.1 Dato sintetico

7.1.1 Prova di inversione 1

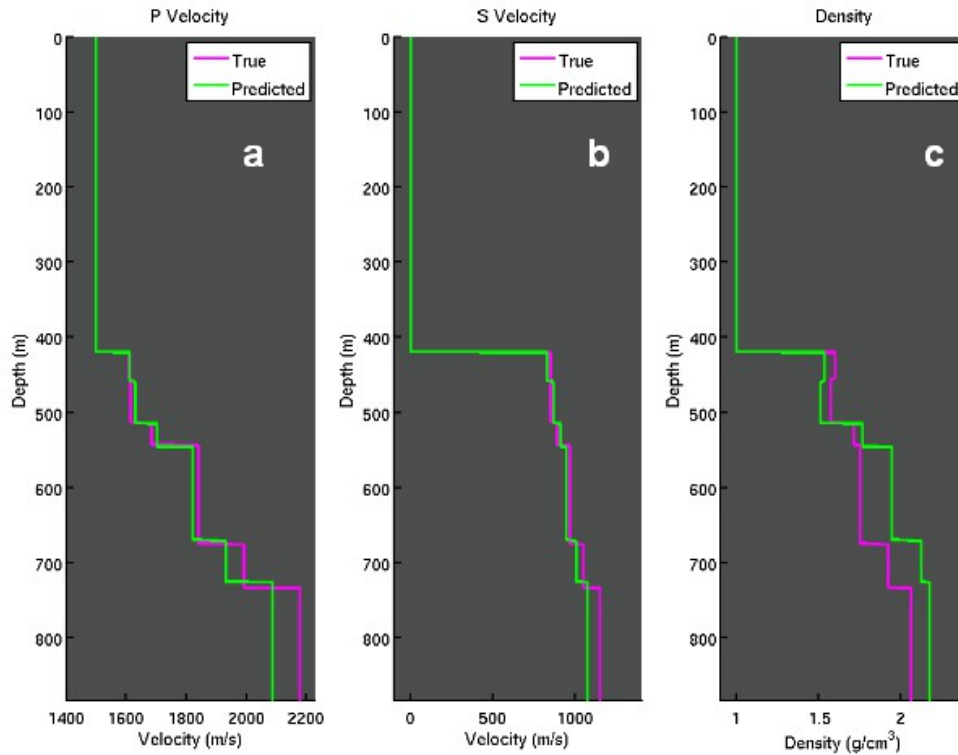


Fig. 7.1 Risultati di inversione del modello 1. Si osservano a confronto i trend reale (magenta) e predetto (verde) di V_P (a), V_S (b) e ρ (c).

L'obiettivo di questa prova è quello di stimare non solo le proprietà elastiche dei layers del modello 1 ma anche i loro spessori.

Le informazioni a priori inserite nell'inversione sono rappresentate dai bounds che limitano i domini di esistenza delle varie incognite; in particolare, per le velocità e per le densità si è scelto un range di variabilità compreso tra $\pm 30\%$ del valore reale. Per quanto riguarda gli spessori abbiamo un limite massimo ed uno minimo, del dominio di esistenza, corrispondenti, rispettivamente, a $\pm 50\%$ del valore reale. Inoltre, si assume di conoscere il numero di strati costituenti il modello.

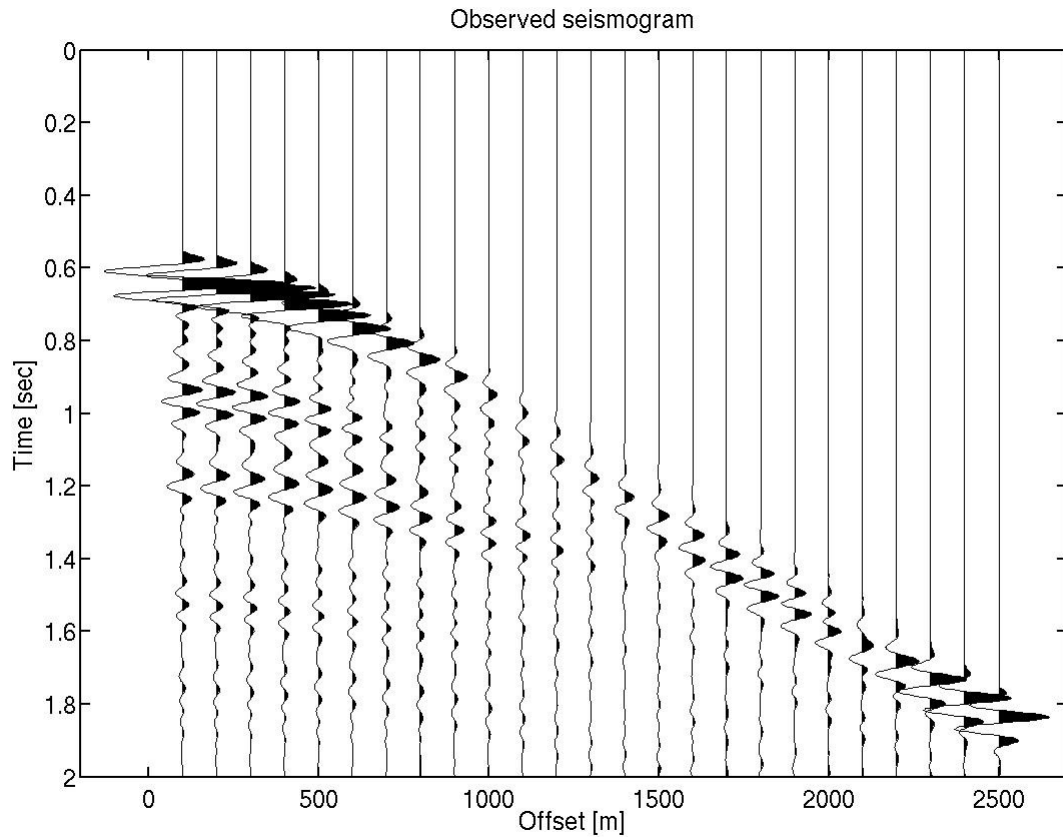


Fig. 7.2 Sismogramma osservato del modello 1. Le riflessioni primarie rientrano nell'intervallo temporale compreso tra 0 e 1.052 secondi.

L'iterazione procede per 200 generazioni per un tempo di calcolo totale di circa 70 ore; la popolazione iniziale è costituita da 200 individui suddivisi in 20 sottopopolazioni.

In Figura 7.1 si osserva il risultato di inversione in cui il modello reale (magenta) è confrontato con il modello stimato (verde). La profondità zero è riferita al livello del medio mare (l.m.m.).

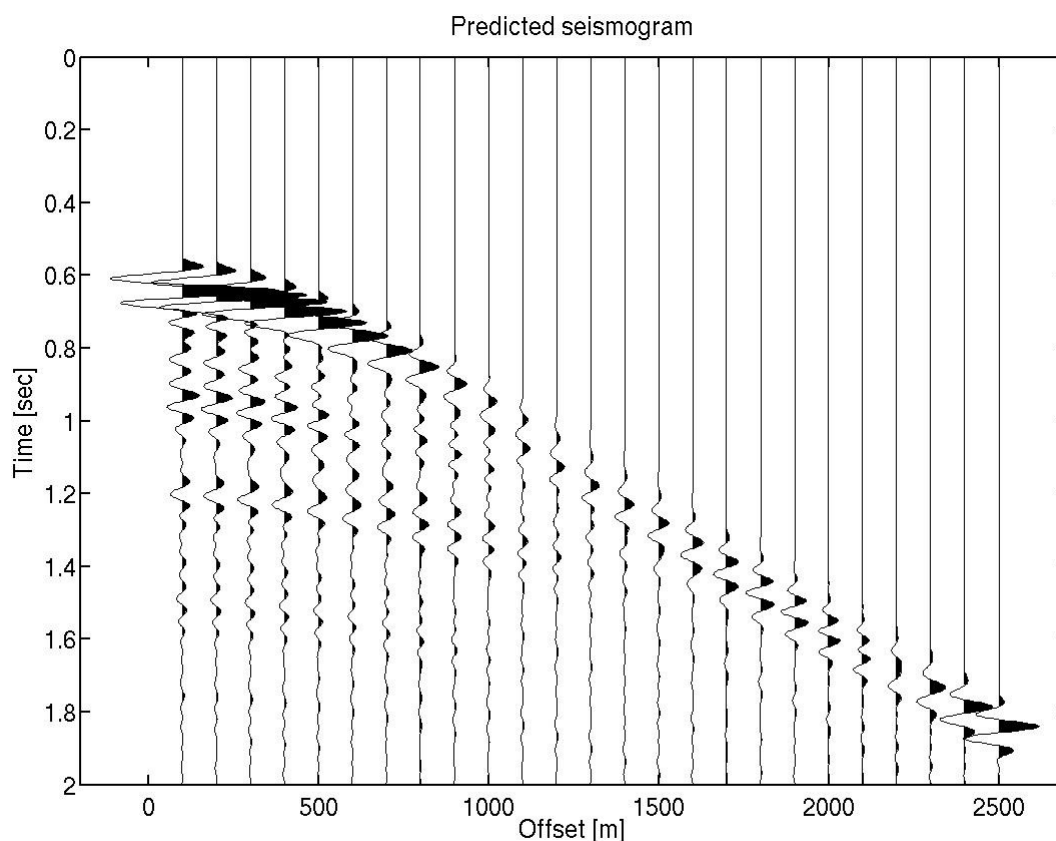


Fig. 7.3 *Sismogramma predetto calcolato nella prova di inversione 1.*

Nel caso delle velocità il trend predetto segue più o meno bene il trend reale. Lo stesso non si può dire per la densità. Per ciò che riguarda invece gli spessori, si nota che le interfacce riflettenti vengono stimate esattamente per i primi layers e si osserva un piccolo errore di predizione per gli strati più profondi.

In Figura 7.2 viene mostrato il sismogramma osservato riferito al modello 1, mentre in Figura 7.3 si osserva il sismogramma predetto calcolato dall'inversione. In Figura 7.4 viene plottata la differenza tra dato osservato e dato predetto. L'errore tra i due sismogrammi si concentra soprattutto a piccoli e a grandi offset. Inoltre, è opportuno ricordare che le riflessioni modellate nel processo di inversione sono esclusivamente quelle primarie racchiuse, in questo particolare caso, nell'intervallo temporale compreso tra 0 e 1.052 secondi.

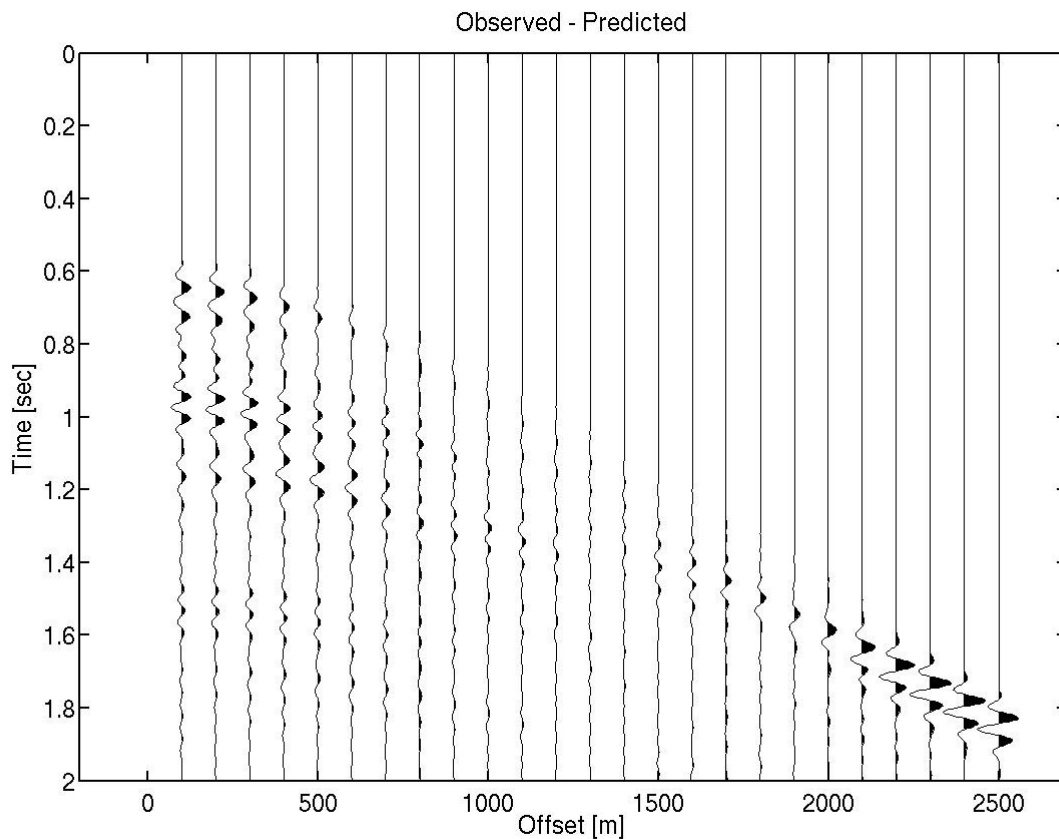


Fig. 7.4 Sismogramma rappresentante la differenza tra dato osservato e predetto. Le maggiori differenze sono concentrate a piccoli e a grandi offset.

La Figura 7.5 illustra l'andamento dell'errore tra dato osservato e dato predetto per ogni singola sottopopolazione lungo le generazioni. Alla generazione numero 180 viene applicata la migrazione degli individui che provoca la caduta dell'errore delle varie sottopopolazioni sul valore di errore della miglior sottopopolazione. Come si vede, le sottopopolazioni durante lo scorrere delle iterazioni hanno valori di errori differenti che testimoniano l'esplorazione di porzioni differenti dello spazio dei modelli.

Nelle Figure 7.6 e 7.7 vengono illustrate le PPD marginali dei primi sei layers per le incognite di spessore, V_P , V_S , ρ . In sovrapposizione alle PPD vengono plottati i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero) dei vari parametri.

Principalmente, si osserva che le PPD calcolate per spessore, V_P e V_S hanno andamento simile ad una Gaussiana; aumentando il numero di generazioni si potrebbe generare una maggior esplorazione dello spazio dei modelli ottenendo così

delle PPD che seguono in modo migliore l'andamento Gaussiano. Questo però si ripercuote sui tempi di calcolo che aumentano fortemente.

Invece, le PPD relative alla densità ρ risultano più complicate; in letteratura, è noto che la ρ risulta difficilmente stimabile se non ricorrendo a lunghi offset (Mallick e Dutta, 2002).

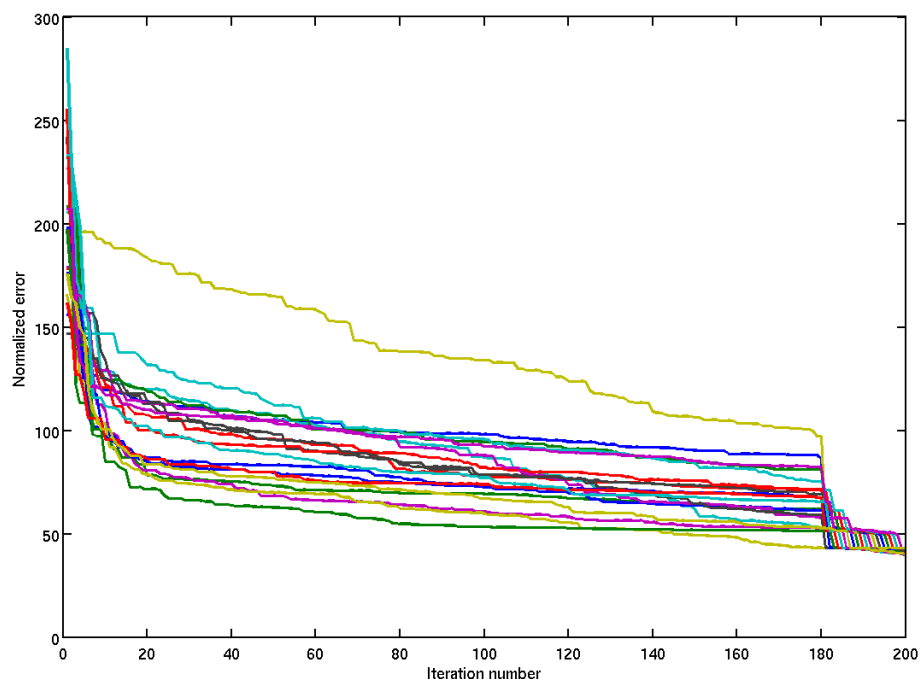


Fig. 7.5 Errore tra dato osservato e predetto, calcolato per ognuna delle 20 sottopopolazioni, ad ogni generazione. La migrazione è effettuata dopo la generazione numero 180.

All'interno di ogni singola colonna di Figura 7.6 e 7.7, corrispondente ad una specifica incognita, mano a mano che si scende in profondità attraverso gli strati, si nota che le PPD diventano multimodali e i valori reale, medio e migliore si discostano dal massimo di probabilità e si allontanano tra loro. Questo è dato dal fatto che scendendo in profondità aumentano i valori dei parametri incogniti generando così un'espansione del dominio di variazione del parametro stesso ed una difficoltosa ricostruzione della PPD. Come si può supporre in un dato reale, i range dell'informazione a priori aumentano con la profondità.

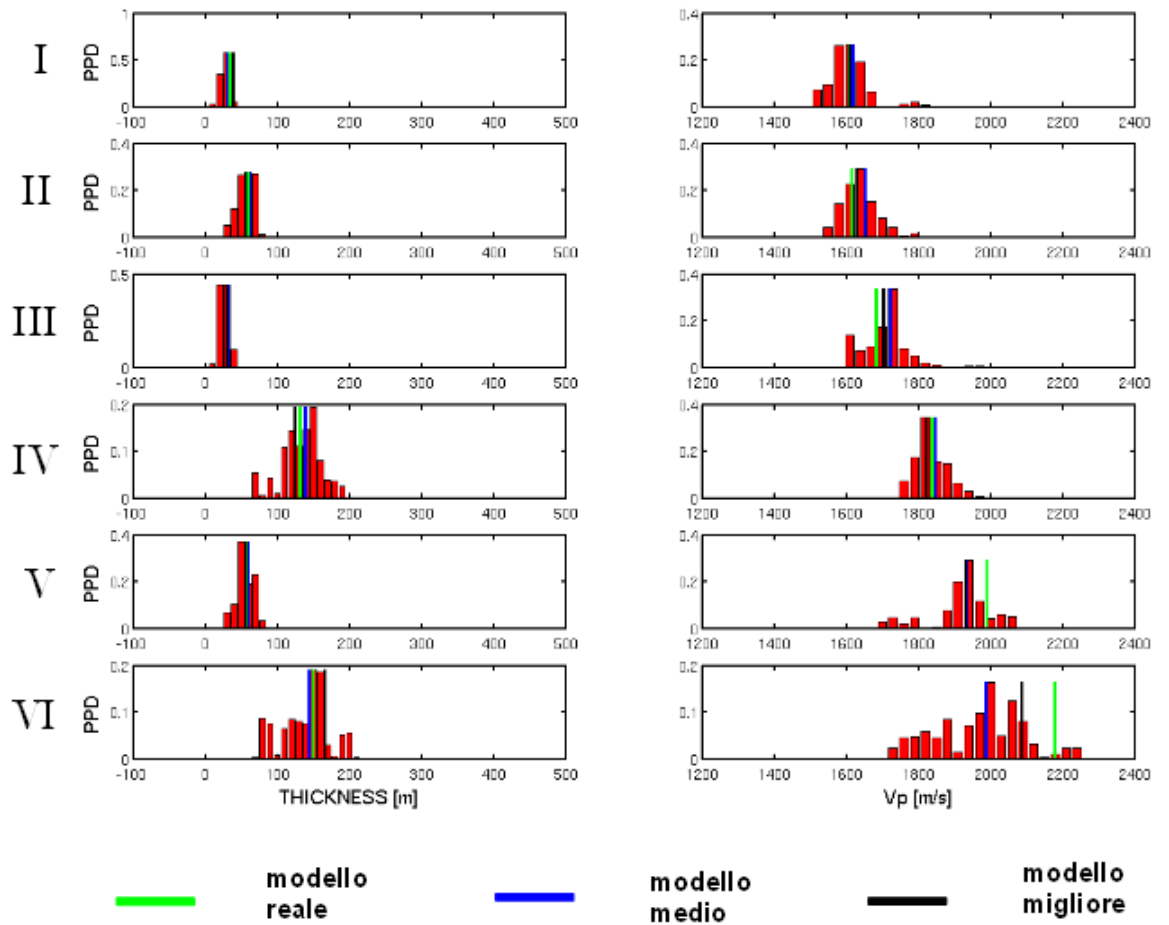


Fig. 7.6 PPD marginali dei primi sei layers del modello 1, calcolate nella prova di inversione 1. Le PPD sono riferite ai parametri di spessore e V_p . Le barrette in sovrapposizione alle densità di probabilità rappresentano i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero).

L'inserimento dell'incognita spessore può essere scartata con una differente strategia per ottenere una diminuzione dello spazio dei modelli da esplorare. Hong e Sen (2009) utilizzano, nell'inversione acustica, strati a spessore costante; gli autori sviluppano una tecnica multiscaling, in cui il modello 1D, da loro considerato, è parametrizzato a quattro differenti scale di 10, 20, 40 e 80 layer a spessore costante (all'aumentare della frequenza lo spessore degli strati diminuisce). Ciò risulta nei trend di V_p , cioè per uno specifico parametro risultano quattro trend a risoluzione crescente, in funzione del numero di strati scelto.

I risultati della prova di inversione 1 dimostrano, comunque, che l'inversione FWI è in

grado di stimare le proprietà elastiche e gli spessori del modello geologico; è necessario, però, evidenziare che stiamo lavorando su un modello elastico 1D, di cui conosciamo i domini di variazione dei parametri incogniti e il numero di strati. Inoltre, il software utilizzato per la risoluzione del forward problem nel processo di ottimizzazione, su cui è fondata l'inversione, è lo stesso che genera il dato osservato a partire dal modello geologico conosciuto.

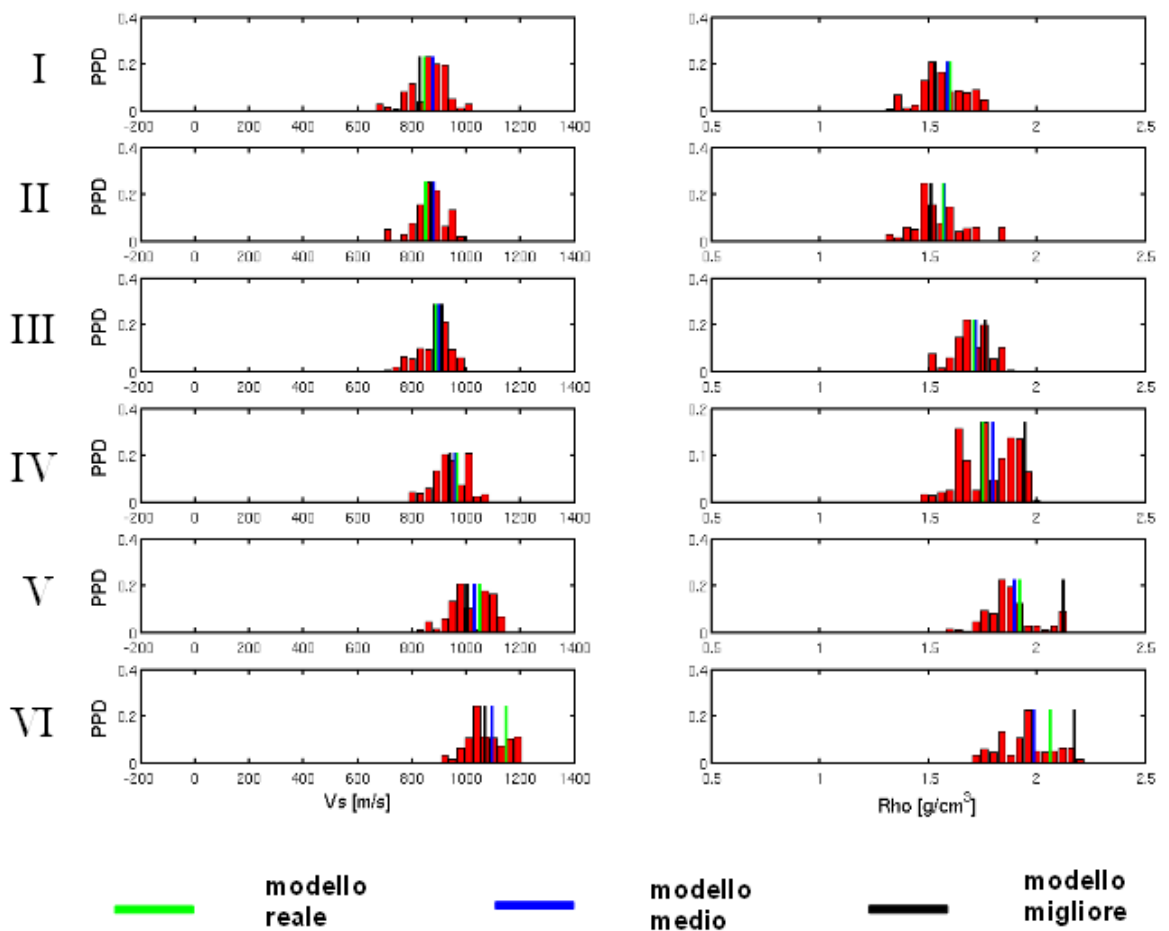


Fig. 7.7 PPD marginali calcolate per i primi sei layers del modello 1, durante la prova di inversione 1. I parametri in studio sono la V_s e la ρ . Le barre in sovrapposizione alle densità di probabilità rappresentano i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero).

In un dato reale, queste approssimazioni non sono attuate e lo spazio dei modelli assume dimensioni ben più grandi del caso sintetico; la ricerca della soluzione ottima

risulta, quindi, più difficile. E' necessario trovare il modo di ridurre le dimensioni dello spazio dei modelli.

Nelle prove successive si va ad annullare l'incognita spessore per osservare le variazioni dei risultati nel caso in cui gli spessori sono conosciuti.

7.1.2 Prova di inversione 2

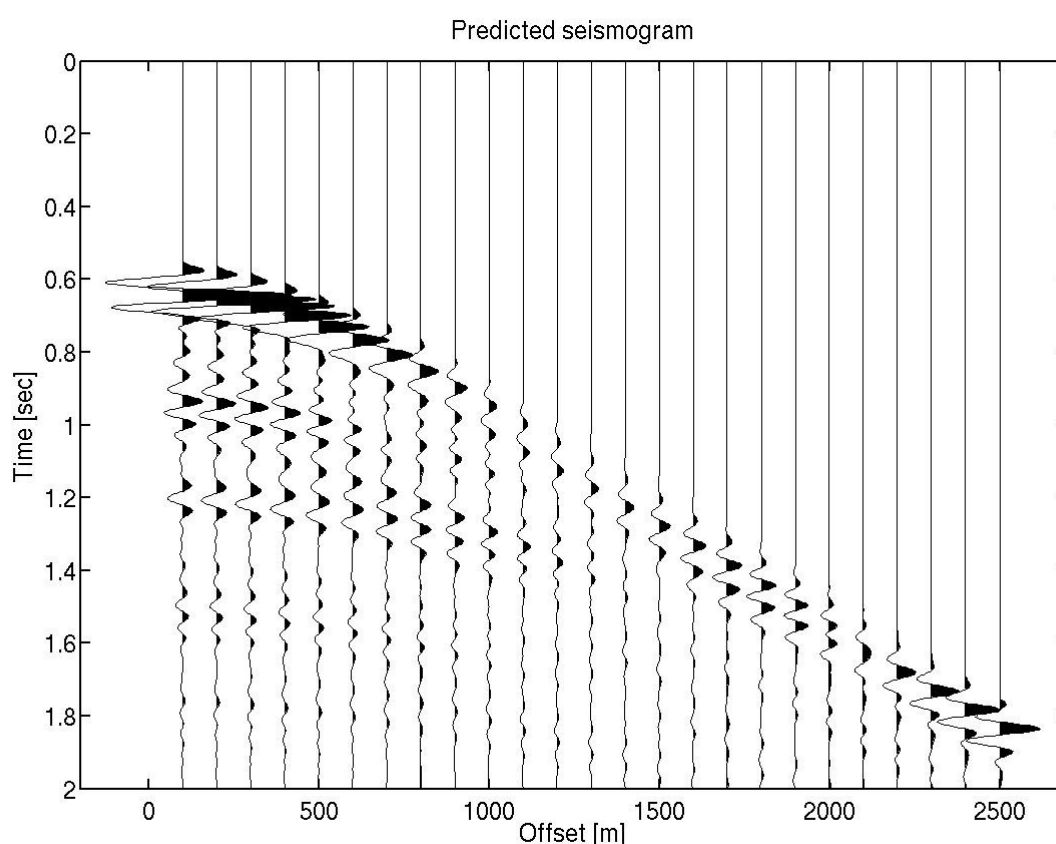


Fig. 7.8 *Sismogramma predetto calcolato nella prova di inversione 2 in cui si vanno a stimare le proprietà elastiche degli strati costituenti il modello 1. Lo spessore dei layers è conosciuto.*

Nella prova di inversione 2, sempre riferita al modello 1, viene eliminata l'incognita spessore andando così a stimare le proprietà elastiche dei vari layers. L'iterazione procede per 160 generazioni per un tempo di calcolo totale di circa 50 ore; la

popolazione iniziale è costituita da 200 individui suddivisi in 20 sottopopolazioni. Questa prova differisce dalla precedente per il numero di generazioni che comporta, in questo caso, una discreta diminuzione dei tempi di calcolo, circa venti ore in meno.

Anche in questo caso, le informazioni a priori inserite nell'inversione sono rappresentate dal range di variabilità di V_P , V_S e ρ compreso tra $\pm 30\%$ del rispettivo valore reale. Per quanto riguarda gli spessori, invece, si assume di conoscere il corrispondente valore reale. Il numero di strati costituenti il modello è conosciuto.

In Figura 7.8 si può osservare il sismogramma predetto calcolato.

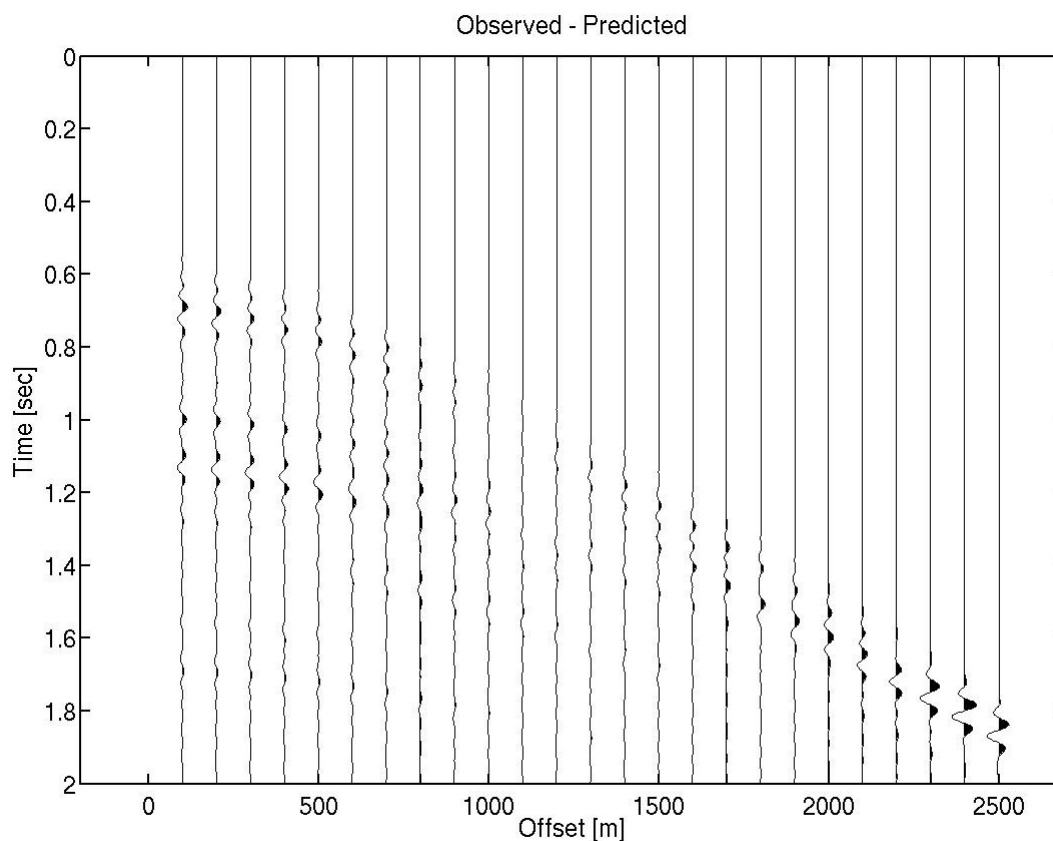


Fig. 7.9 Differenza tra sismogramma osservato e sismogramma calcolato nella prova di inversione 2.

La differenza tra il sismogramma osservato (Figura 7.2) e predetto è visibile in Figura 7.9; confrontando questo risultato con quello ottenuto nella prova precedente (Figura 7.4) si osserva che il sismogramma calcolato, in questo caso, stima, in modo

migliore, il dato osservato. Il risultato è ben visibile ad offset corti dove le differenze diminuiscono sensibilmente.

In Figura 7.10 vengono messi a confronto i trend di V_P (a), V_S (b) e ρ (c) osservati con quelli calcolati nella prova di inversione 2. La profondità zero è riferita al livello del medio mare (l.m.m.).

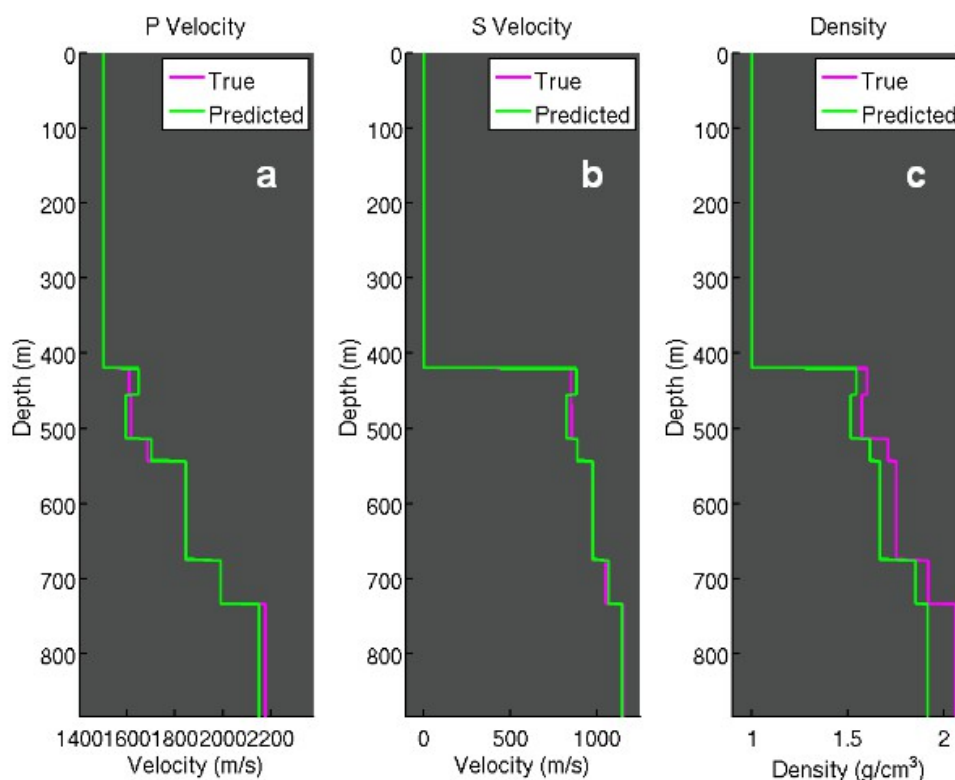


Fig. 7.10 Trend di V_P (a), V_S (b) e ρ (c) osservato (magenta) e calcolato (verde) nella prova di inversione 2. La profondità zero è riferita al livello del medio mare.

Come si può ben notare, sia la V_P che la V_S vengono stimate in maniera ottimale; lo stesso non si può dire per la ρ .

In Figura 7.11 è mostrato l'errore tra dato osservato e predetto di ogni sottopopolazione al variare delle generazioni. È possibile constatare che l'errore minimo al termine delle generazioni risulta minore rispetto alla prova precedente; osservazione che va di pari passo con il sismogramma mostrante le differenze tra il sismogramma osservato e quello calcolato.

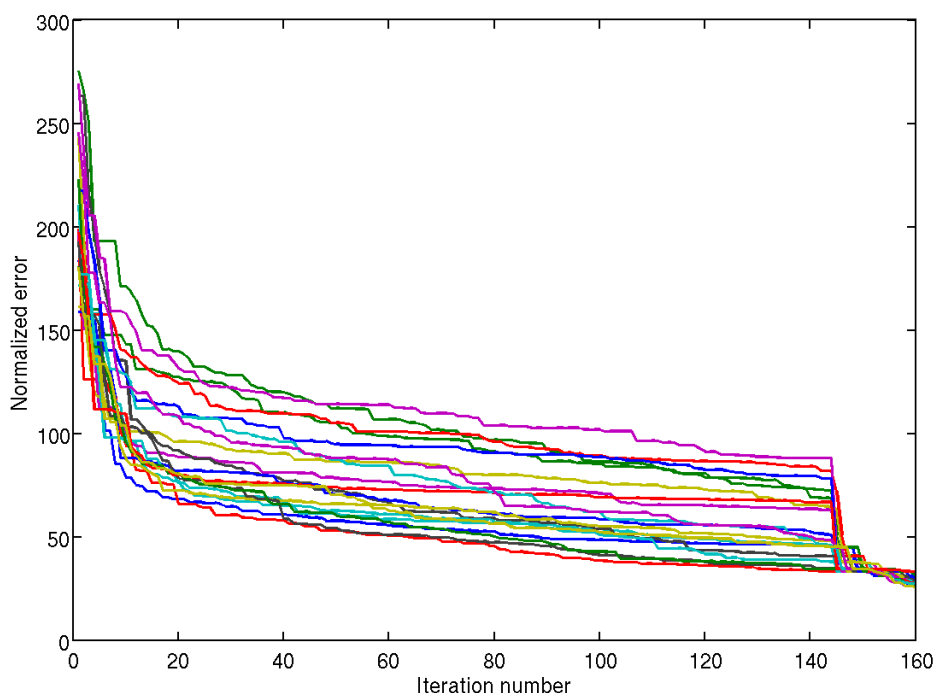


Fig. 7.11 Prova di inversione 2: errore tra sismogramma osservato e predetto per le sottopopolazioni al variare delle generazioni. Alla generazione 145 viene effettuata l'operazione di migrazione.

Le PPD stimate vengono mostrate in Figura 7.12; si può ben osservare l'andamento Gaussiano delle PPD sia per le velocità P e S, che per la densità. Tale andamento viene perso mano a mano che si va in profondità, dove le PPD possono divenire multimodali.

I valori reale, medio e migliore risultano sempre ravvicinati e spesso coincidono con il massimo di probabilità.

Anche in questo caso, l'opportunità di eseguire un numero maggiore di generazioni permetterebbe una miglior ricostruzione delle PPD. Comunque, anche con un minor numero di generazioni, rispetto al caso precedente, si riesce a stimare in modo migliore le PPD; ciò è da attribuire al fatto che nel problema di inversione è stata eliminata l'incognita spessore.

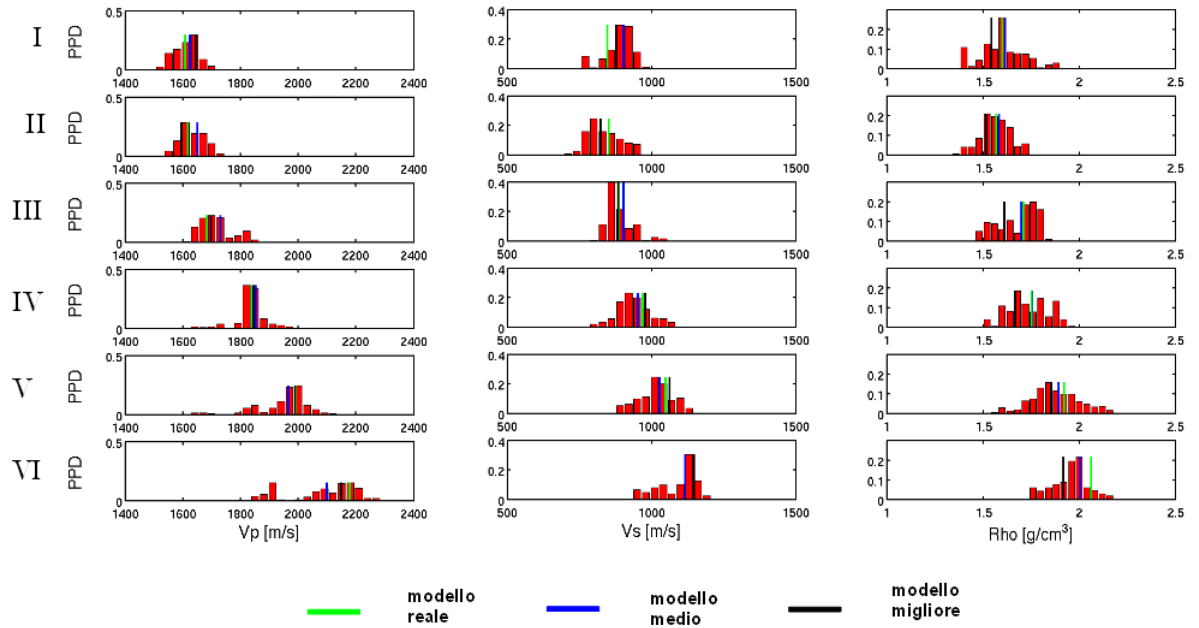


Fig. 7.12 PPD marginali dei primi sei layers del modello 1, stimate durante la prova di inversione 2. Le PPD sono riferite ai parametri incogniti di V_P , V_S e ρ . Le barre in sovrapposizione alle densità di probabilità rappresentano i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero).

Confrontando i risultati con quelli della prova precedente si evince che, eliminando un'incognita al problema di inversione, si ottengono migliori risultati anche con un minor tempo di elaborazione. Anche in questo caso è necessario ricordare le assunzioni che vanno oltre il modello elastico 1D: infatti, si conoscono i domini di variazione di V_P , V_S e ρ , e il numero di strati del modello.

In seguito si va a studiare lo stesso caso della prova 2 ma in presenza di random noise.

7.1.3 Prova di inversione 3

Nella prova di inversione 3 viene inserito rumore random nel dato osservato. I parametri settati per l'inversione (numero individui popolazione, numero sottopopolazioni,) sono gli stessi della prove 2 e anche il tempo di calcolo coincide.

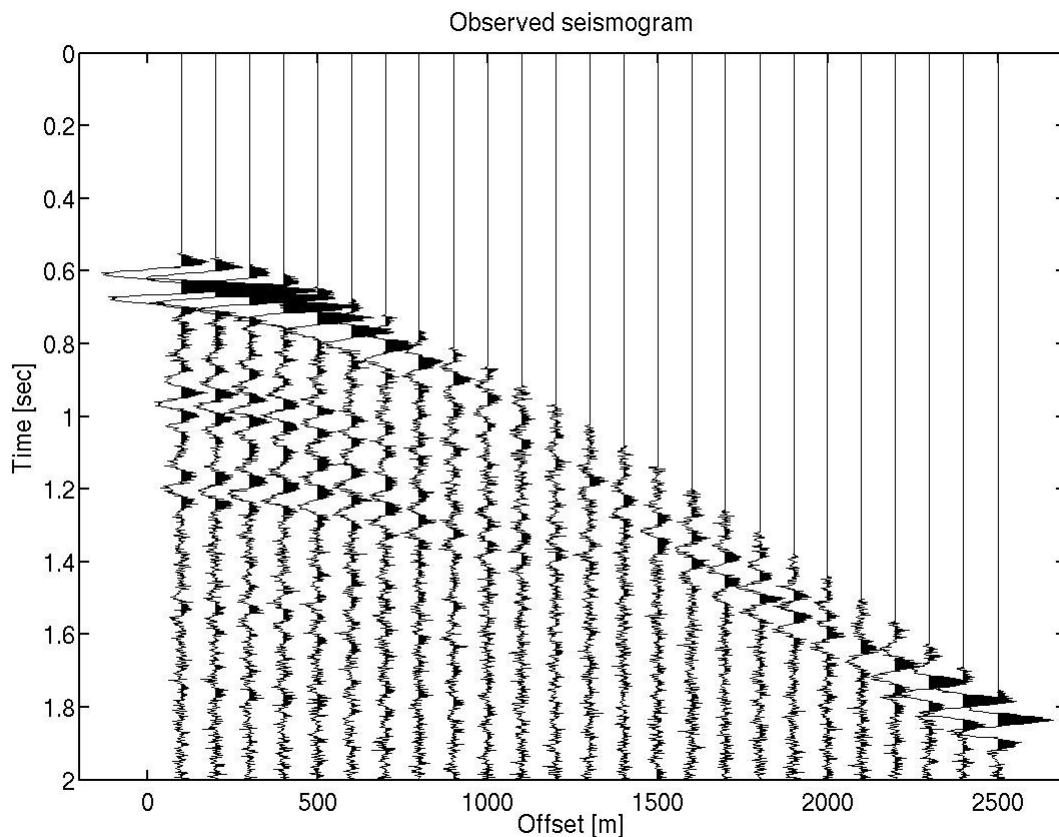


Fig. 7.13 *Sismogramma osservato relativo al modello 1 in cui è stato aggiunto rumore random.*

In Figura 7.13 si può osservare il sismogramma osservato riferito al modello 1, in cui è stato aggiunto rumore random. Il sismogramma predetto calcolato nella prova 3 è visibile in Figura 7.14, mentre le differenze sono mostrate in Figura 7.15. Qui si nota che le differenze corrispondono quasi totalmente al rumore random.

L'errore tra dato osservato e predetto è visibile in Figura 7.16 ; anche in questo caso

è ben visibile l'effetto della migrazione alla generazione numero 145.

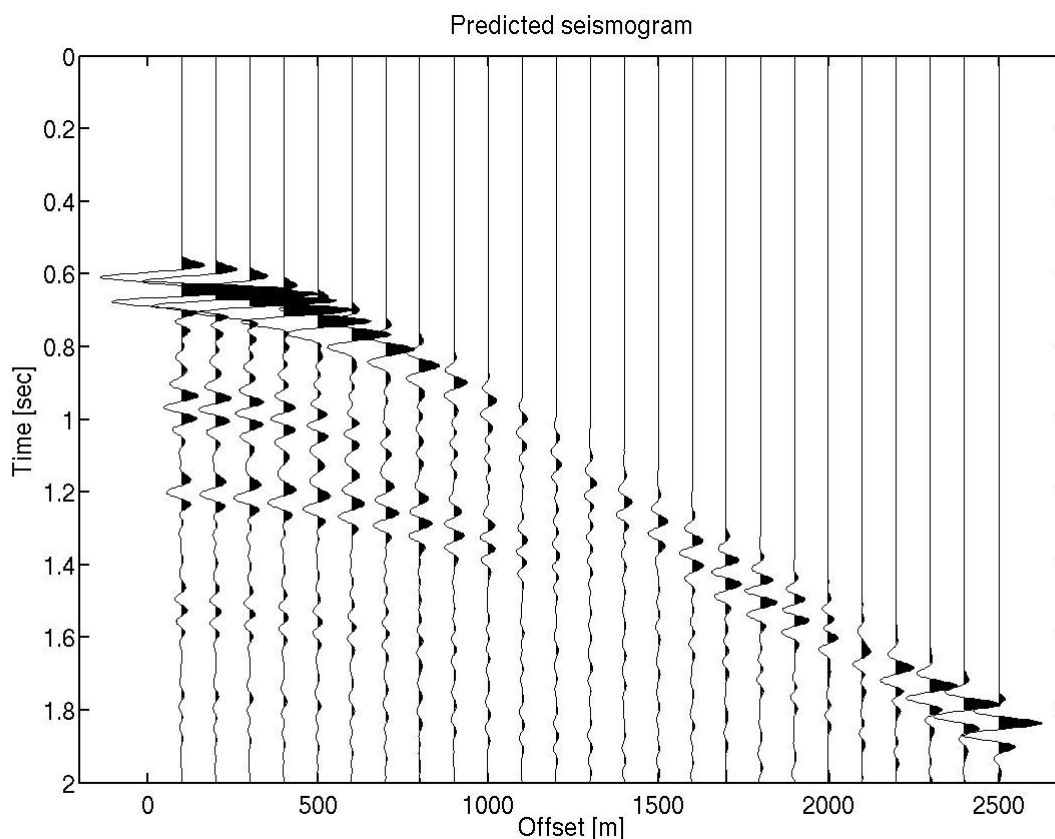


Fig. 7.14 *Sismogramma predetto calcolato nella prova di inversione 3 in cui si vanno a stimare le proprietà elastiche degli strati costituenti il modello 1. Lo spessore dei layers è conosciuto.*

In Figura 7.17 vengono messi a confronto i trend di velocità e densità reali e calcolati nella prova di inversione 3. Il risultato è molto simile a quello della prova 2 e quindi valgono le stesse considerazioni fatte precedentemente.

In Figura 7.18 si possono osservare le PPD marginali, calcolate durante la prova di inversione 3, per le proprietà elastiche di ogni singolo strato del modello 1. Anche in presenza di rumore nel dato osservato, le PPD risultanti dall'inversione sono molto simili a quelle derivanti dalla prova priva di rumore.

Anche in questo caso l'andamento Gaussiano è maggiormente visibile per le proprietà di V_P e V_S , mentre per la ρ si notano, in alcuni casi, PPD multimodali. La forma delle PPD, inoltre, diventa sempre più complicata (come osservato nelle prove

precedenti) scendendo in profondità tra i vari layers a causa dell'aumento dei range di variazione.

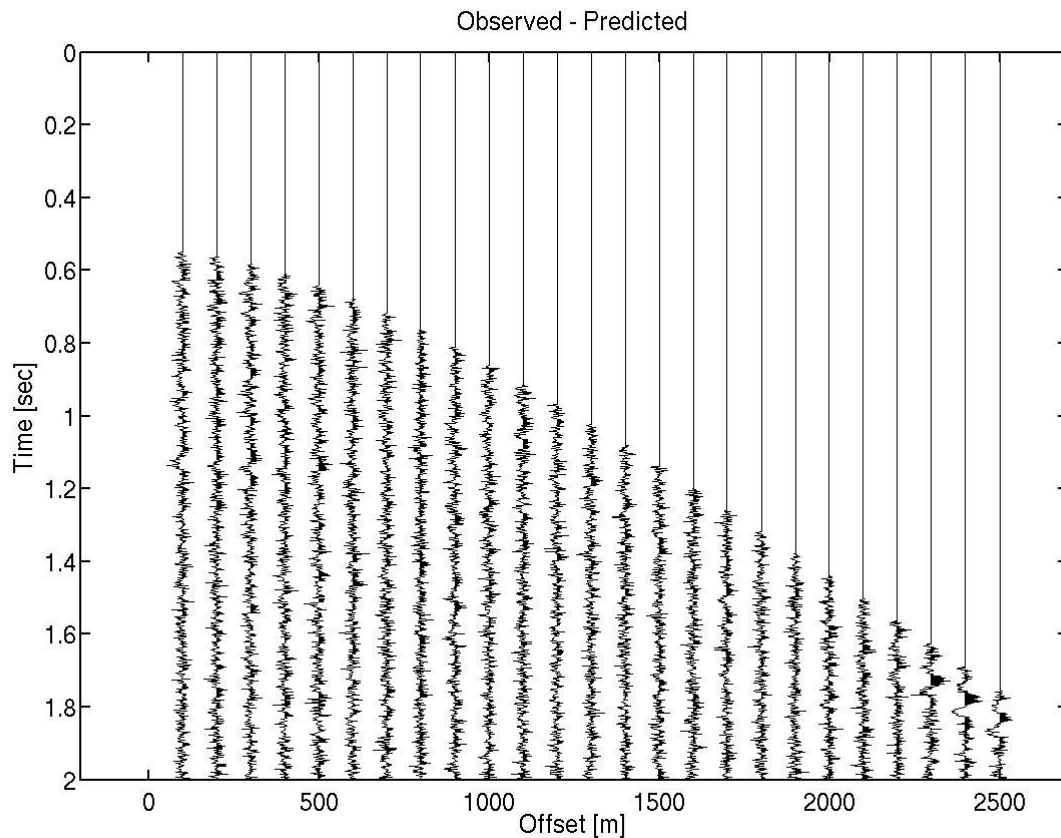


Fig. 7.15 *Rappresentazione delle differenze tra dato osservato e predetto inerente la prova di inversione 3.*

I valori reale, medio e migliore si comportano come nella prova precedente, rimanendo vicini nei casi in cui il parametro incognito è predetto perfettamente mentre si allontanano nei casi di mal predizione.

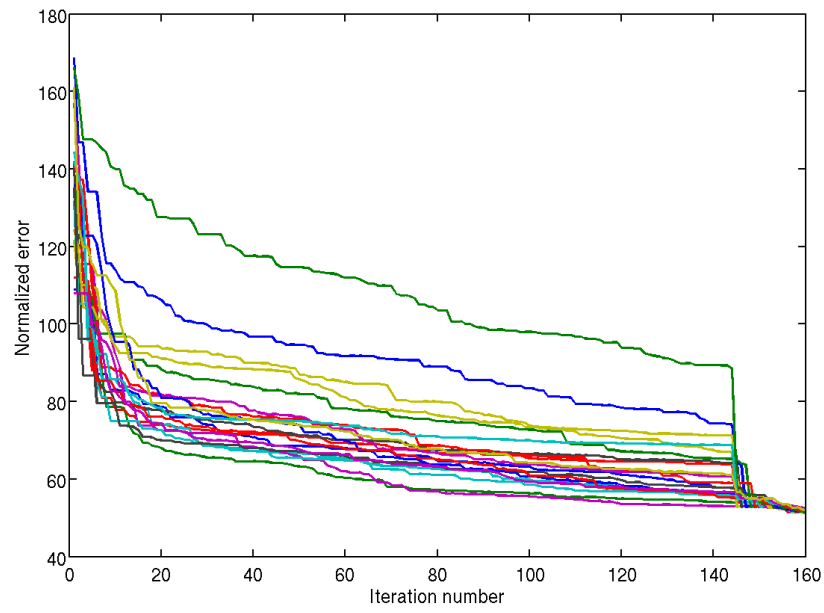


Fig. 7.16 Prova di inversione 3: errore tra sismogramma osservato e predetto per le sottopopolazioni al variare delle generazioni. Alla generazione 145 viene effettuata l'operazione di migrazione.

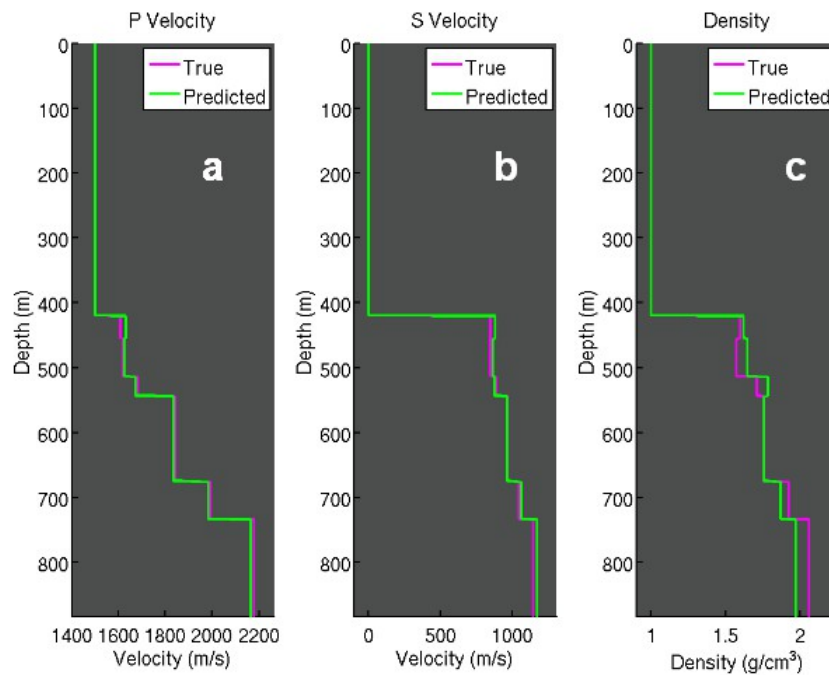


Fig. 7.17 Trend di V_P (a), V_S (b) e ρ (c) osservato (magenta) e calcolato (verde) nella prova di inversione 3.

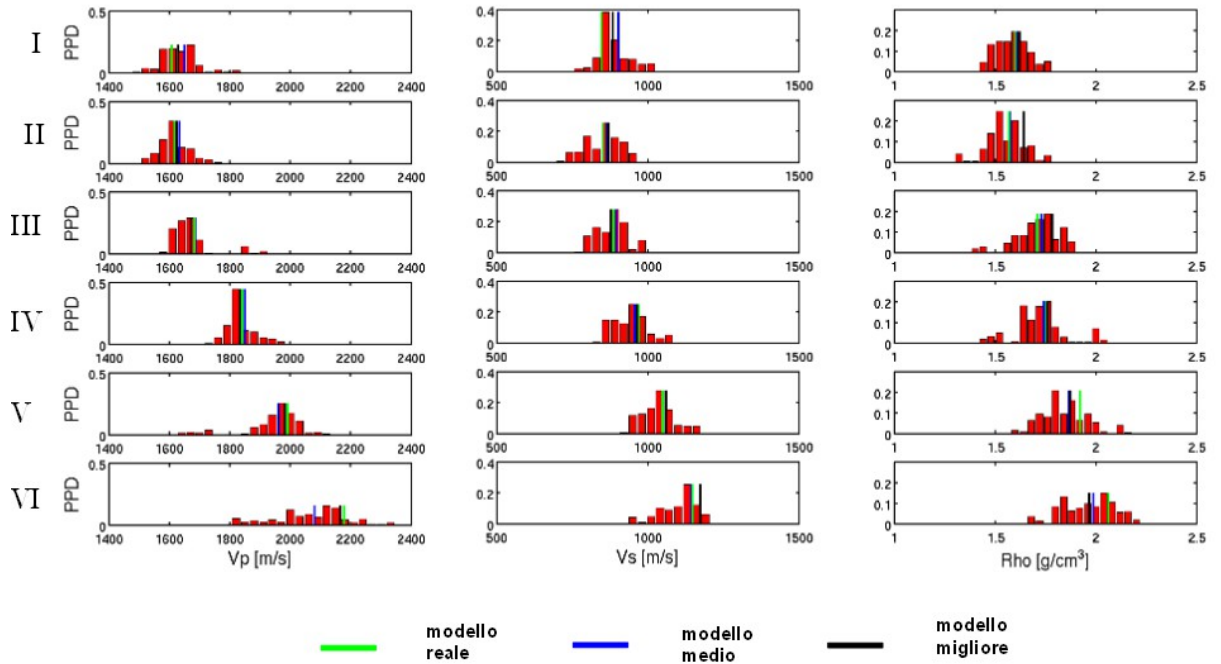


Fig. 7.18 PPD marginali dei primi sei layers del modello 1, stimate durante la prova di inversione 3. Le PPD sono riferite ai parametri incogniti di V_p , V_s e ρ . Le barre in sovrapposizione alle densità di probabilità rappresentano i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero).

7.2 Dato reale

7.2.1 Acquisizione Well Site Survey

Le prove di inversione 4 e 5 sono stata applicate su un dato reale appartenente ad un rilievo geofisico eseguito, per conto della società E.N.I. s.p.a. Divisione Agip, nel mare Adriatico Centrale nel 1999 (vedi Figura 7.19).

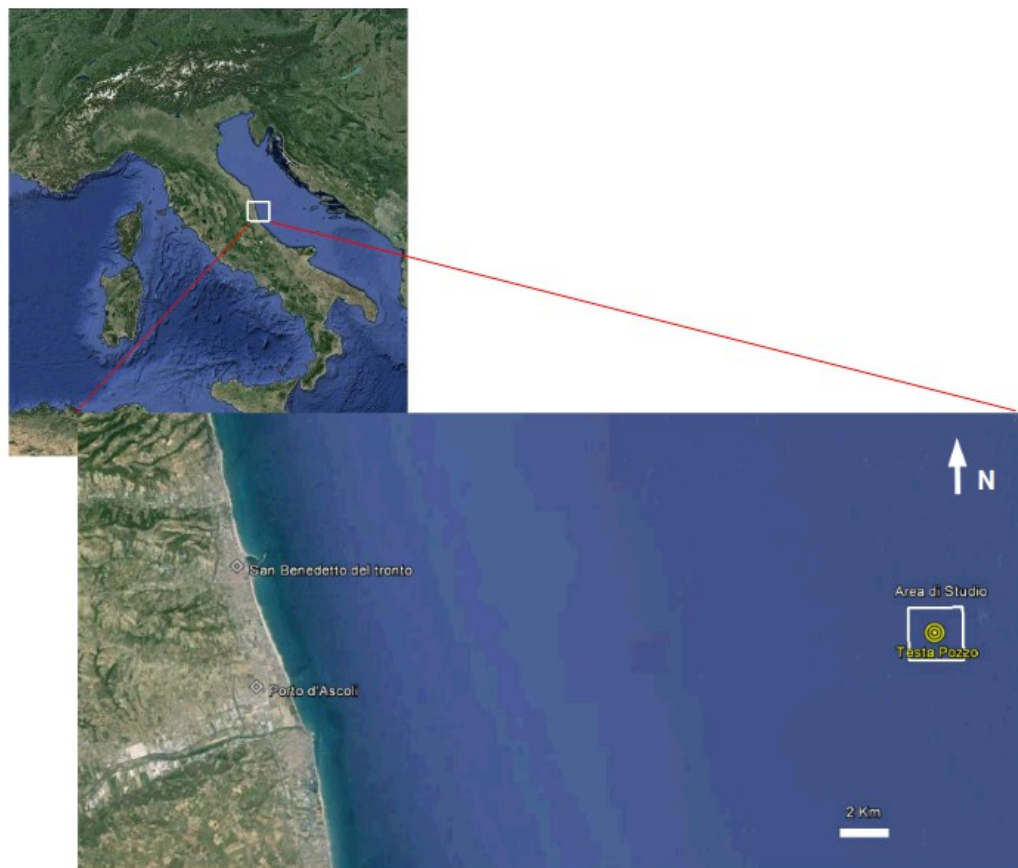


Fig. 7.19 Ubicazione del rilievo geofisico nell'Adriatico Centrale e posizione della Testa Pozzo.

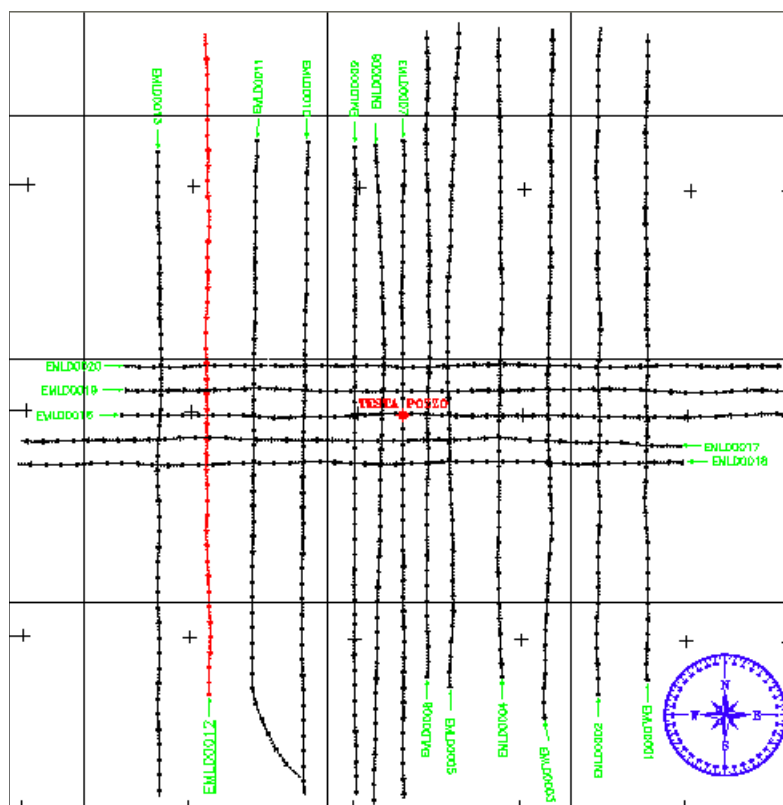


Fig. 7.20 *Reale acquisizione dei dati WSS. In rosso è evidenziata la linea elaborata in questo lavoro di tesi. Il punto rosso al centro dell'immagine indica la testa del pozzo. In blu, la rosa, mostra l'orientazione dell'acquisizione.*

L'acquisizione di tipo Well Site Survey (WSS) rientra nella categoria delle prospezioni sismiche ad alta risoluzione. Di norma vengono effettuate nell'intorno di un pozzo produttivo per valutarne lo stato o per ottenere informazioni di dettaglio dell'area in cui è prevista la perforazione di un nuovo pozzo.

La postazione del pozzo è situata a circa 29 km a largo di S. Benedetto del Tronto (Ascoli Piceno). In accordo con le specifiche tecniche, le 18 linee del rilievo hanno direzione N-S (13 linee) ed E-O (5 linee) ciascuna con lunghezza teorica di 2000 m. La griglia risultante è un quadrato con lato 2000 m, centrato sulla testa del pozzo (Figura 7.20). Delle 18 linee acquisite, in questo lavoro di tesi sarà elaborata la numero 12. La Figura 7.12 illustra lo schema reale dell'acquisizione WSS ricavata dal plot delle coordinate degli shot. La linea evidenziata in rosso è la N° 12 da cui è

stato estratto lo shot utilizzato nell'inversione. Questa ha un orientamento Nord-Sud ed è posta a Ovest della testa del pozzo (in rosso, al centro del riquadro) da cui dista circa 800 m.

Parametri di Registrazione		Geometrie di acquisizione	
Location:	Adriatic Sea	Source Depth:	3 m
Recording Date:	July 1999	Shot Interval:	12.5 m
Record Length:	2048	N° Groups:	48
Sample Rate:	1 ms	Streamer Depth:	3 m
N° Seismic Channel:	48	Group Interval:	12.5 m
Energy Source:	Air Gun	Offset:	20 m

Tabella 7.1 Parametri di registrazione e geometrie di acquisizione.

La Tabella 7.1 illustra i parametri di acquisizione e registrazione della linea.

La nave Nicola Z, utilizzata nell'acquisizione, è dotata di un cavo streamer da 600 m con 48 canali posto alla profondità di 3 m. Ogni canale rappresenta la risposta di un array di 10 idrofoni equipesiati ed equispaziati. Ogni common shot si compone di un numero di 49 tracce che corrispondono alla risposta dei 48 canali più uno ausiliare che contiene la signature della sorgente.

7.2.2 Parallelizzazione del codice FWI 1D ELASTIC

Sulla base di un lavoro del Dott. Sajeve e del Dott. Aleardi dell'Università di Pisa, è stato possibile parallelizzare il codice di inversione FWI 1D ELASTIC utilizzato, in precedenza, nelle inversioni di dati sintetici; in questi casi, infatti, il codice lavorava in maniera seriale.

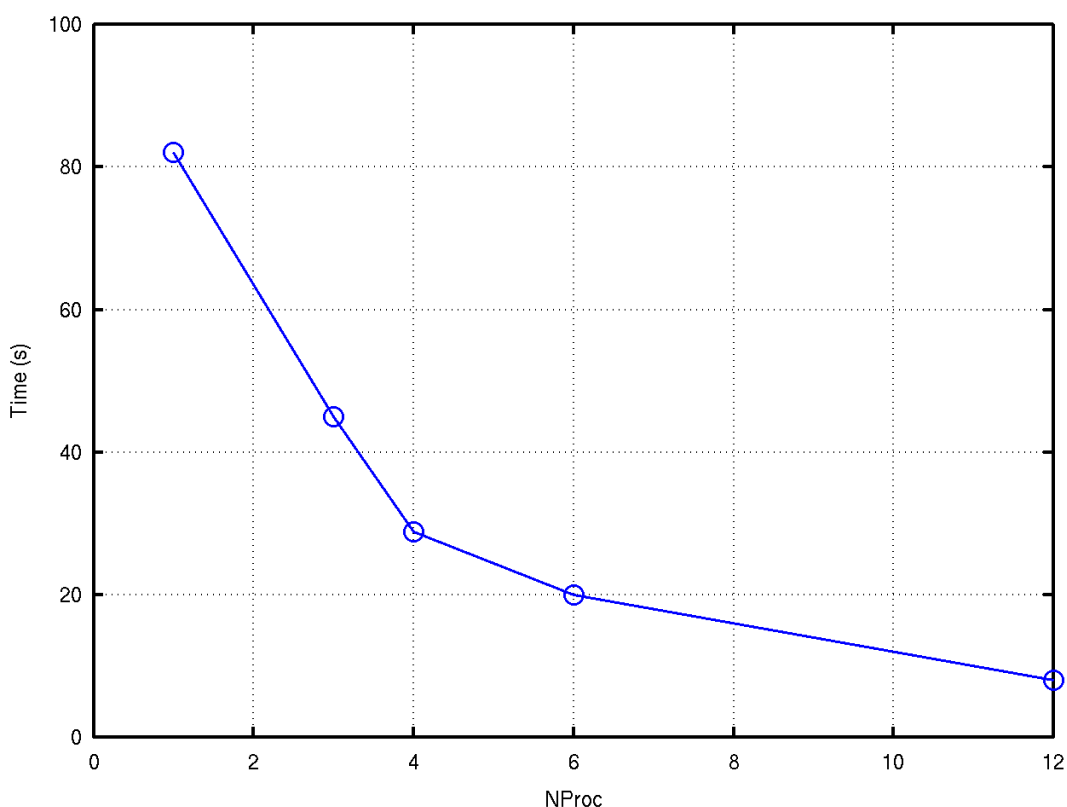


Fig. 7.21 Tempi di calcolo, nel caso di singolo nodo, di 12 forward problem nei diversi casi in cui varia il numero di processori. In particolare, è stato misurato il tempo di calcolo nei casi di 1, 3, 4, 6, 12 processori.

Il codice parallelo è scritto in Octave (<http://www.gnu.org/software/octave/>) che utilizza il protocollo di comunicazione MPI, Message Protocol Interface (<http://octave.sourceforge.net/index.html>); il codice può essere lanciato su più nodi, i quali hanno a disposizione 12 processori ciascuno. In Figura 7.21 si osservano i tempi relativi al calcolo di 12 forward problem, nel caso di singolo nodo, per un differente numero di processori. Come si può ben notare, la differenza nei tempi di calcolo diminuisce fortemente passando da 1 a 12 processori.

Aumentando il numero di nodi, è stato possibile incrementare ulteriormente la velocità di calcolo, avendo a disposizione un numero sempre più grande di processori con la possibilità di effettuare un numero maggiore di prove di inversione.

7.2.3 Risultati

Nelle prove di inversione 4 e 5 il dato osservato corrisponde ad uno singolo common shot ricavato dalla linea 12 che nel caso di modello 1D corrisponde ad un CMP (Figura 7.22) .

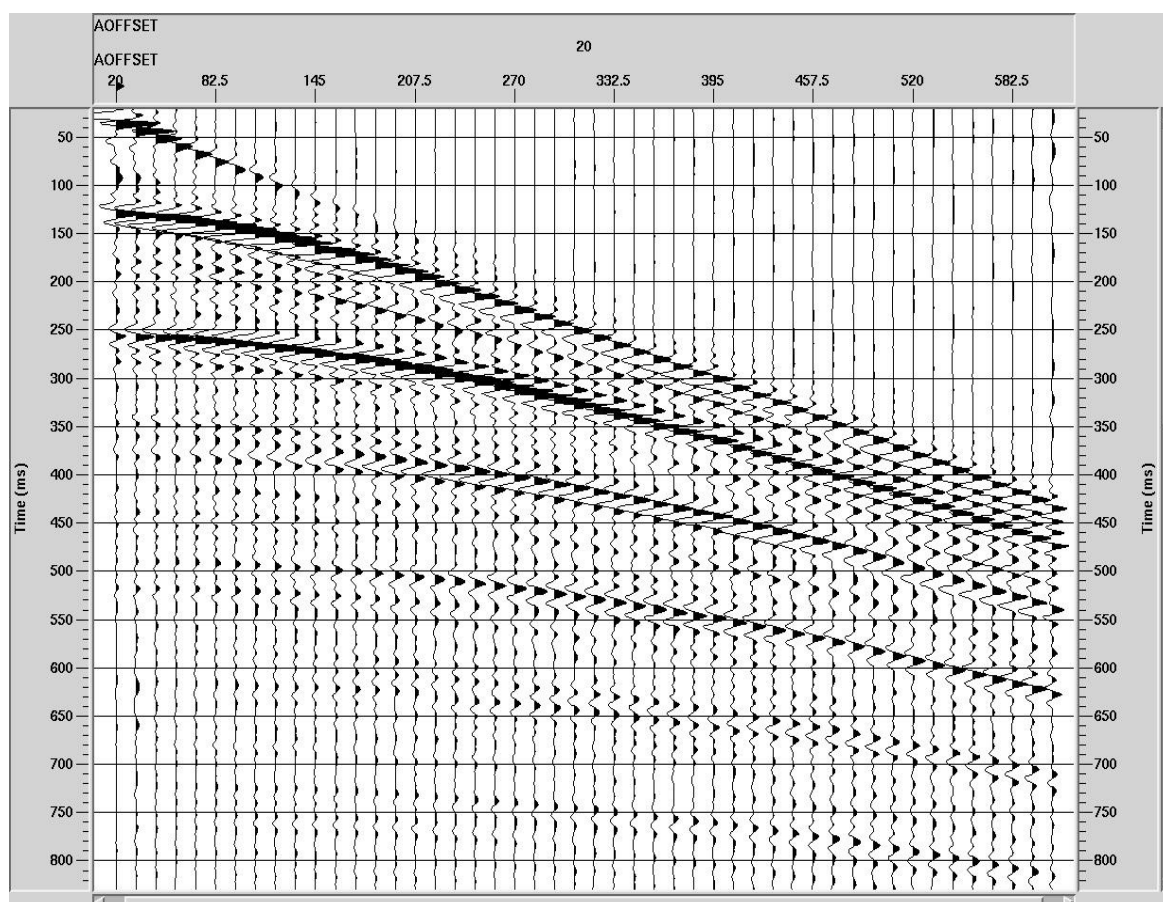


Fig. 7.22 Common shot reale rappresentante il dato osservato da cui hanno inizio entrambe le inversioni.

Per il calcolo dei sismogrammi predetti è stato necessario ricavare l'ondina sorgente; quest'ultima operazione non è stata trattata precedentemente, in quanto, studiando dati sintetici la forma d'onda è conosciuta, ma si rende necessaria nel caso di studio di dati reali. La stima della forma d'onda che meglio approssima l'impulso sorgente, viene estratta dal canale numero 49 contenente la signature di sorgente per ogni scoppio.

Un'ulteriore modifica, rispetto ai casi sintetici, è rappresentata dall'inserimento del criterio di normalizzazione, necessario per il diretto confronto tra dato reale e calcolato. In questo caso viene individuato, all'interno del dato reale, il valore di ampiezza massimo registrato, di cui viene definita la posizione (riga e colonna). A questo punto, sia per il dato reale che per quello calcolato, si determina l'energia media di una matrice di punti centrata in tale posizione. Il valore di tale media, differente per ogni sismogramma, sarà il valore a cui si normalizzerà l'intero sismogramma.

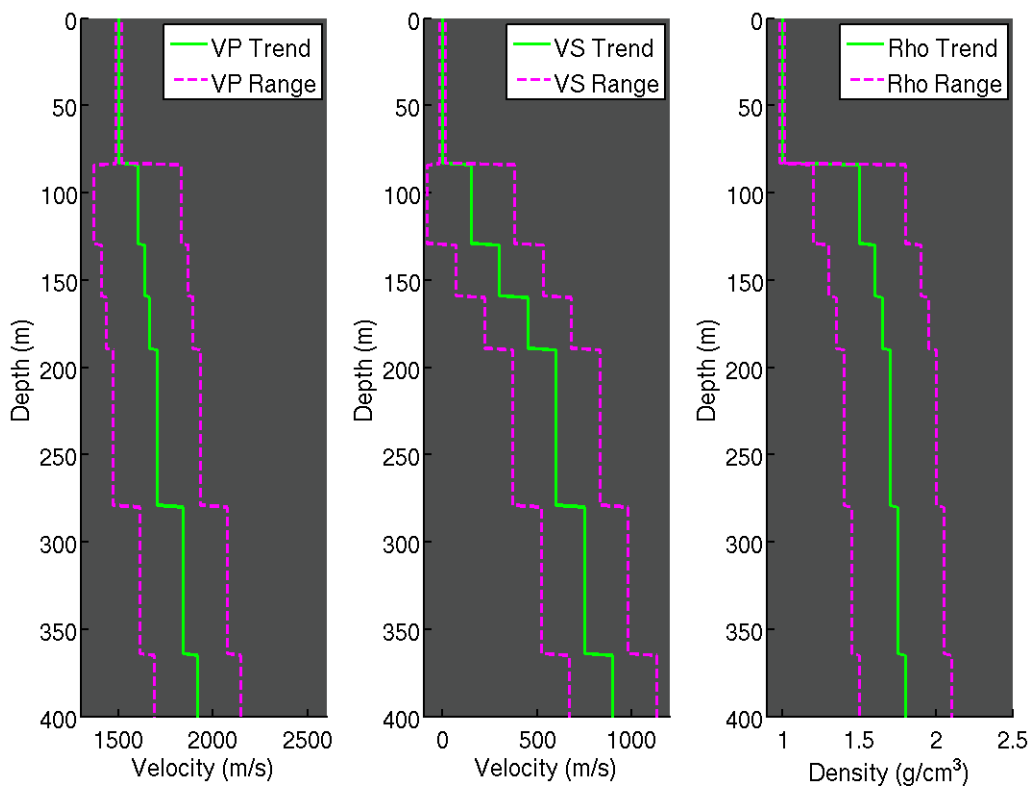


Fig. 7.23 Informazioni a priori inserite nelle prove di inversione 4 e 5. Vengono mostrati in verde i trend di V_P , V_S e densità. Mentre, in magenta, sono rappresentati i limiti minimo e massimo dei range di ricerca delle proprietà elastiche da stimare. Il valore zero nelle profondità è riferito a l.m.m.

Per ciò che riguarda i GA, in entrambe le prove vengono mantenuti costanti i valori di ogni singolo parametro al fine di poter confrontare i differenti risultati. Tali parametri sono visibili in Tabella 7.2. Anche nel caso di dato reale, come nel caso di dato sintetico, la pressione di selezione SP varia con le iterazioni aumentando linearmente

in modo da ottenere bassa SP alle prime generazioni e alta SP alle generazioni finali. Inoltre, le sottopopolazioni non vengono migrate ad una determinata e singola generazione (come nel caso sintetico) ma ogni cinque generazioni.

Entrambe le inversioni lavorano su singolo nodo e 10 processori per un tempo di calcolo totale di circa 13 ore.

La differenza tra le due prove risiede nel differente metodo di confronto tra il dato reale e quello calcolato, utilizzato per il calcolo del data-misfit. Infatti, nella prova 4 vengono confrontati il sismogramma reale e quello calcolato, mentre nella prova 5 si confrontano gli involuppi dei sismogrammi. In quest'ultima prova, viene calcolato l'involuppo attraverso la Trasformata di Hilbert, in modo da escludere tutte le incertezze legate alla fase del segnale registrato, direttamente dipendente dalla fase dell'ondina sorgente.

Parametro GA	Valore
Numero individui	400
Numero sottopopolazioni	20
Numero generazioni	40
Tasso di selezione	0,8
Tasso di mutazione	0,1

Tabella 7.2 Parametri dei GA utilizzati nelle prove di inversione su dato reale. I parametri sono mantenuti costanti per entrambe le prove in modo da poter confrontare i risultati delle differenti inversioni.

7.2.4 Prova di inversione 4

In Figura 7.24 viene mostrato il risultato della prova di inversione 4, dove vengono messi a confronto i modelli migliore (verde) e medio (tratteggio rosso) di V_P (a), V_S (b) e densità (c) stimati. Si può notare un comportamento molto simile per i tre parametri; infatti, tutti seguono un trend crescente con la profondità.

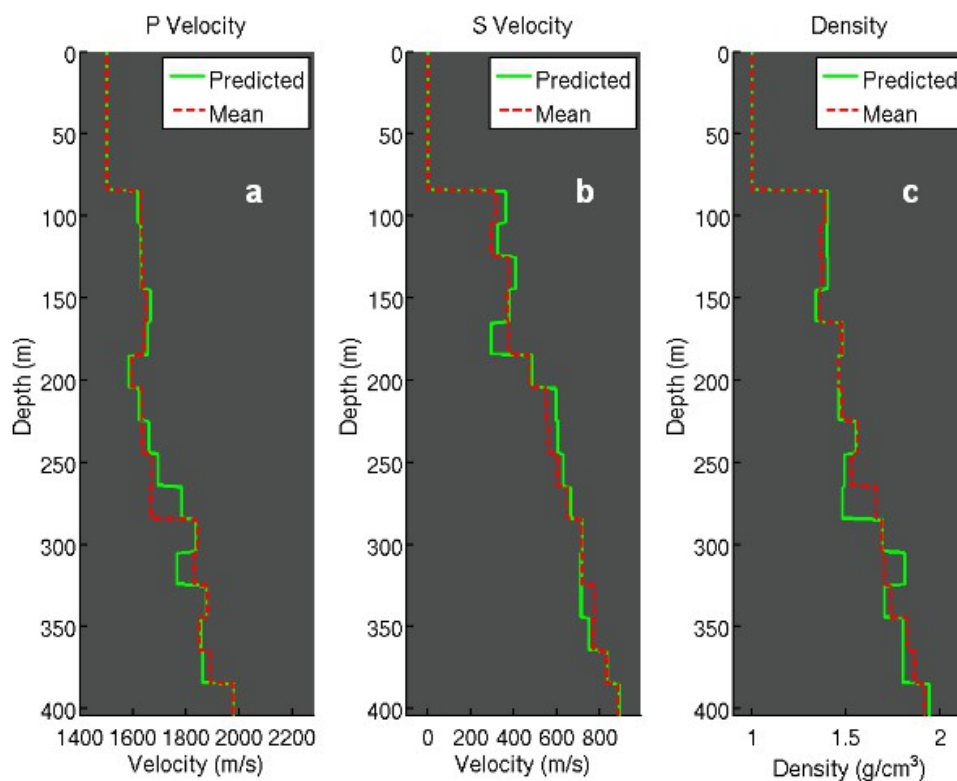


Fig. 7.24 Modello predetto (verde) e medio (tratteggio rosso) per i parametri di V_P (a), V_S (b) e densità (c). Risultati relativi alla prova di inversione 4.

In Figura 7.25 sono messi a confronto i sismogrammi reale (rosso) e predetto (nero). L'inversione ha prodotto un risultato soddisfacente per quanto riguarda il match tra dato osservato e calcolato; gran parte dei segnali vengono esattamente predetti anche se non è riscontrabile la perfetta corrispondenza tra i due sismogrammi.

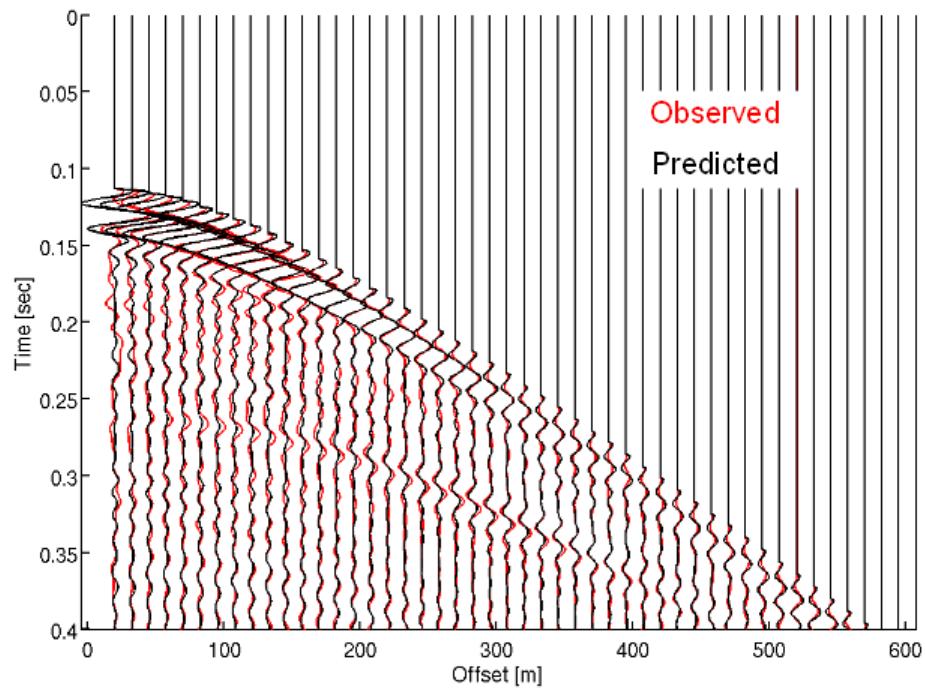


Fig. 7.25 Sismogramma reale (rosso) e calcolato (nero) nella prova di inversione 4.

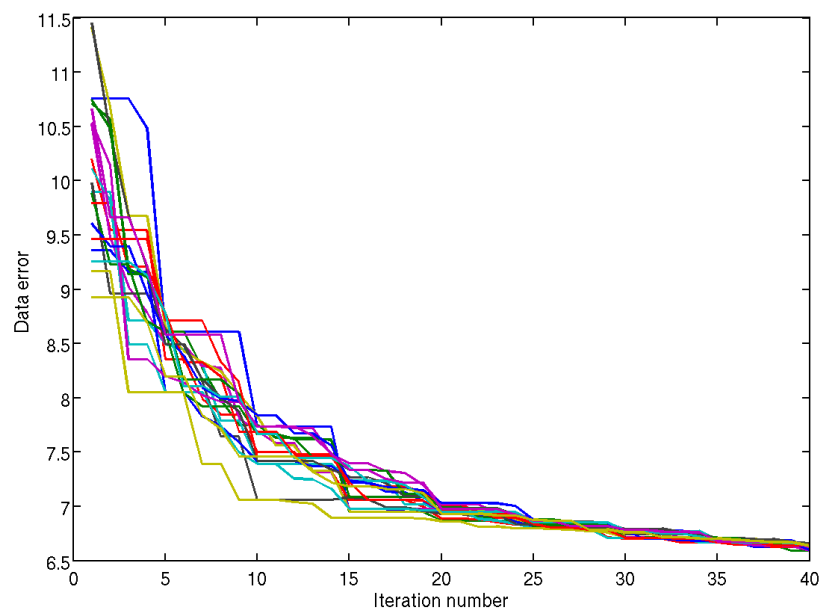


Fig. 7.26 Data-misfit calcolato per le varie sottopolazioni ad ogni generazione.

Nella prima riflessione si nota una differenza di ampiezza tra i due dati a corti offset, prime 3 tracce; ciò può essere attribuito al differente peso di queste contro il restante sismogramma nel calcolo della funzione oggetto.

L'errore tra dato osservato e calcolato è rappresentato in Figura 7.26 dove si osservano le varie sottopopolazioni con il corrispondente data-misfit calcolato ad ogni generazione. La curva rappresentante l'errore tende a stabilizzarsi su un valore, ma questo non esclude possibili diminuzioni se si aumentassero le generazioni.

Mentre l'informazione della V_P è portata da più fattori (in particolare la cinematica e l'andamento del coefficiente di riflessione con l'offset), l'informazione relativa alla V_S , nel caso di acquisizione marina con streamer, è da ricercare soltanto nell'andamento del coefficiente di riflessione a lunghi offset e nelle onde convertite. Per la densità, le uniche informazioni ricavabili possono ritrovarsi nella variazione del coefficiente di riflessione con l'offset.

Infine, in Figura 7.27 si analizzano le PPD marginali dei primi cinque strati al di sotto del fondo mare calcolate durante l'inversione. In generale si può osservare un andamento simile ad una gaussiana per tutte le PPD; nel caso delle V_P , si notano distribuzioni a minor varianza rispetto alle V_S , a parità di range di ricerca. Anche le PPD della densità risultano a maggior varianza e in alcuni casi sono descritte da funzioni multimodali. Come riscontrato in letteratura, questo testimonia una miglior capacità di stima della V_P rispetto alla V_S e alla densità.

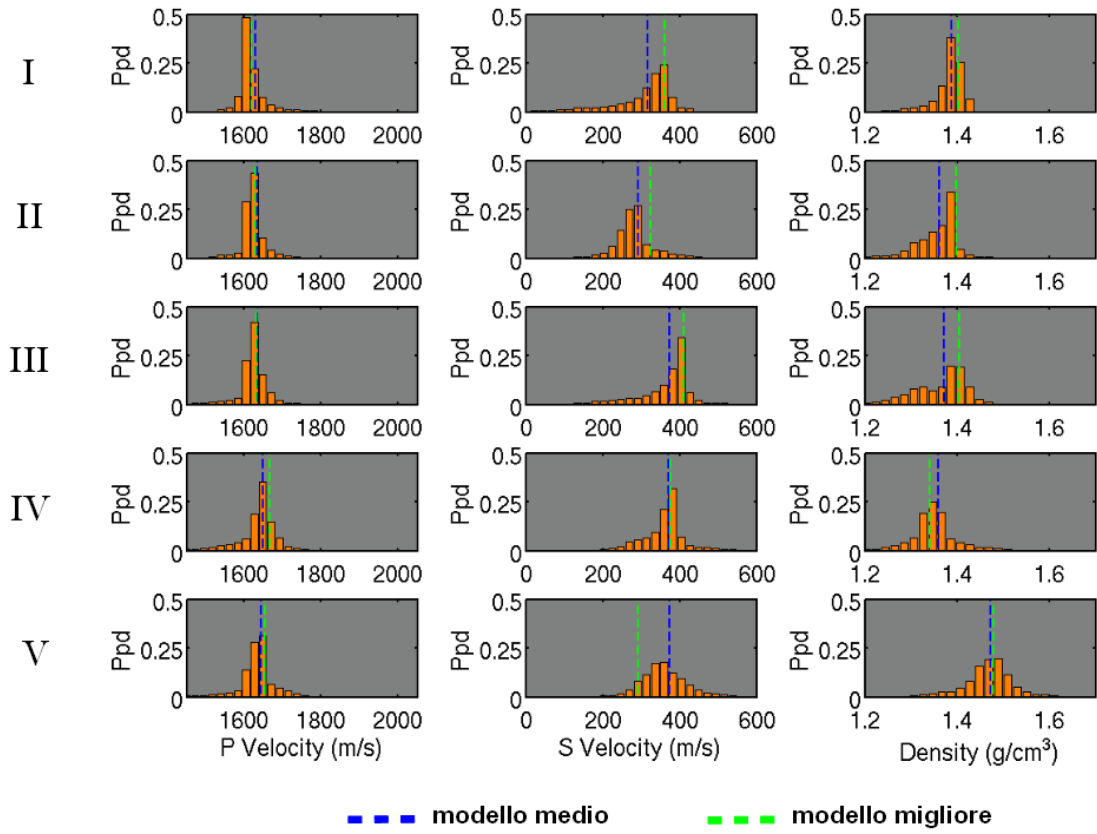


Fig. 7.27 PPD marginali dei primi cinque layers stimate durante la prova di inversione 4. Le PPD sono riferite ai parametri incogniti di V_P , V_S e ρ . Le barre in sovrapposizione alle densità di probabilità rappresentano i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero).

7.2.5 Prova di inversione 5

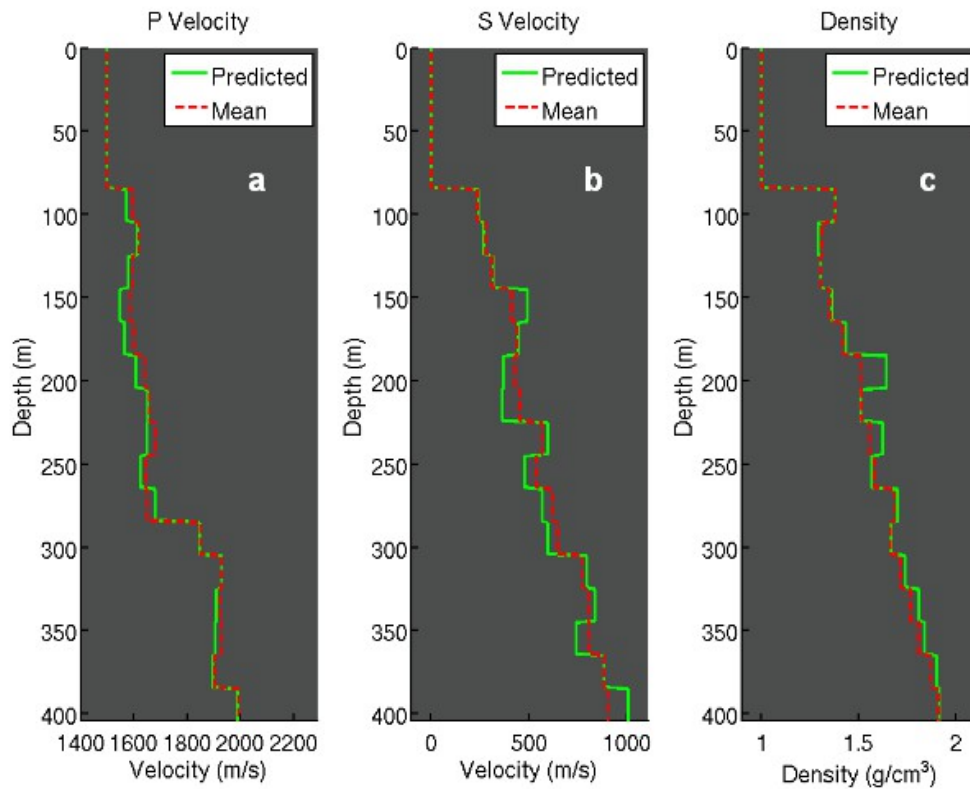


Fig. 7.28 Risultati della prova di inversione 5: modello predetto (verde) e medio (tratteggio rosso) per i parametri di V_P (a), V_S (b) e densità (c).

Nella prova di inversione 5, la funzione oggetto viene definita attraverso la comparazione degli involucri del dato reale e del dato predetto. In Figura 7.28 viene esaminato il modello medio (tratteggio rosso) e migliore (verde) risultante dall'inversione per i parametri di V_P (a), V_S (b) e densità (c). In generale si osservano, per tutti i parametri, trend crescenti con la profondità.

Il confronto tra gli involucri del sismogramma reale e calcolato è visibile in Figura 7.29 dove è possibile constatare un buon match tra i due dati. Anche in questo caso, si nota un misfit di ampiezza nella riflessione di fondo mare per le prime tracce che si

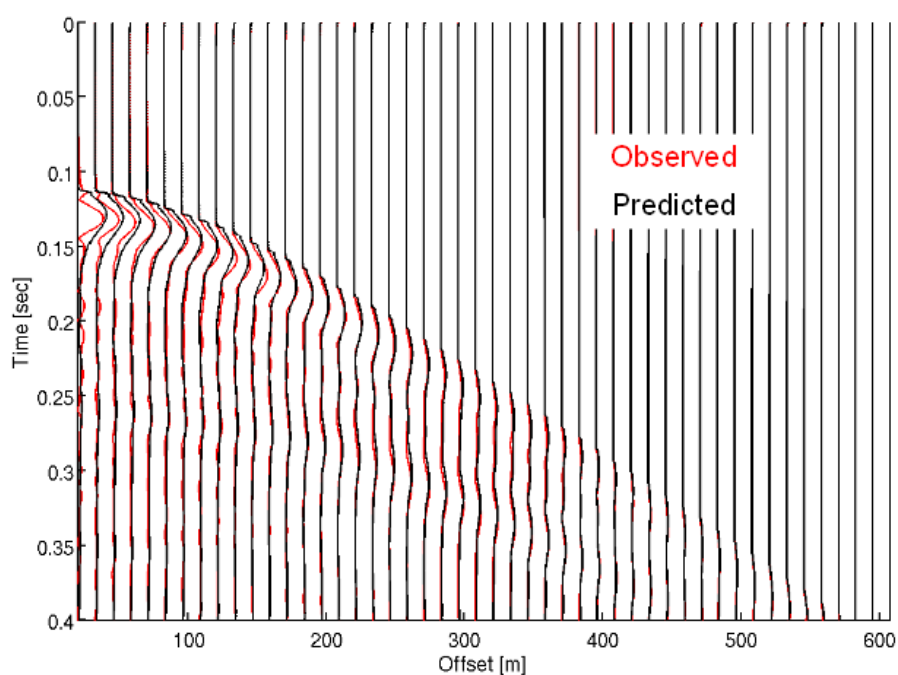


Fig. 7.29 *Involuppo dei sismogrammi reale (rosso) e calcolato (nero) nella prova di inversione 5. A corti offset si nota un misfit di ampiezza nella riflessione di fondo mare.*

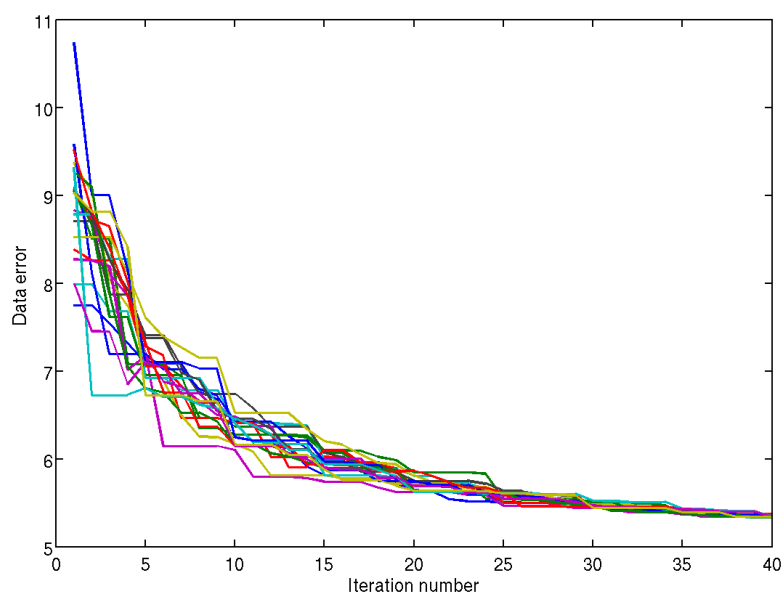


Fig. 7.30 *Data-misfit calcolato per le varie sottopopolazioni ad ogni generazione durante la prova di inversione 5.*

attenua mano a mano che ci spostiamo lungo gli offset. I segnali che si trovano a tempi maggiori sono predetti in maniera più o meno ottimale. Questo miglior fitting tra dato osservato e dato predetto, rispetto alla prova precedente, è dato dal fatto che vengono considerati gli inviluppi dei sismogrammi che annullano l'informazione di fase.

Il miglior match tra i dati è direttamente riscontrabile nel valore di errore presente all'ultima generazione (Figura 7.30); mentre per la prova 4 l'errore alla generazione finale è 6.6, in questo caso è 5.3.

Per quanto riguarda le PPD, sono valide le stesse considerazioni della prova 4; anche in questo caso le PPD relative alla V_P risultano a minor varianza rispetto a quelle della V_S e della densità (Figura 7.31).

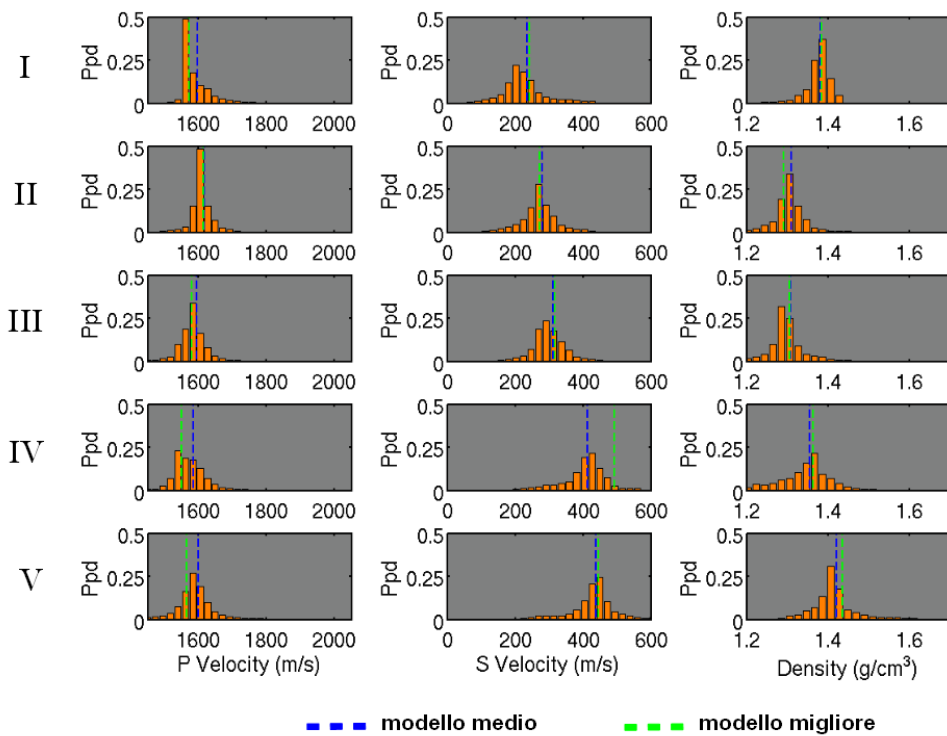


Fig. 7.31 PPD marginali dei primi cinque layers stimate durante la prova di inversione 5. Le PPD sono riferite ai parametri incogniti di V_P , V_S e ρ . Le barre in sovrapposizione alle densità di probabilità rappresentano i valori reale (verde), medio (blu) e migliore (nero).

Infine, per correttezza, è necessario mettere a confronto i modelli migliori calcolati nelle prove di inversione 4 e 5, Figura 7.32.

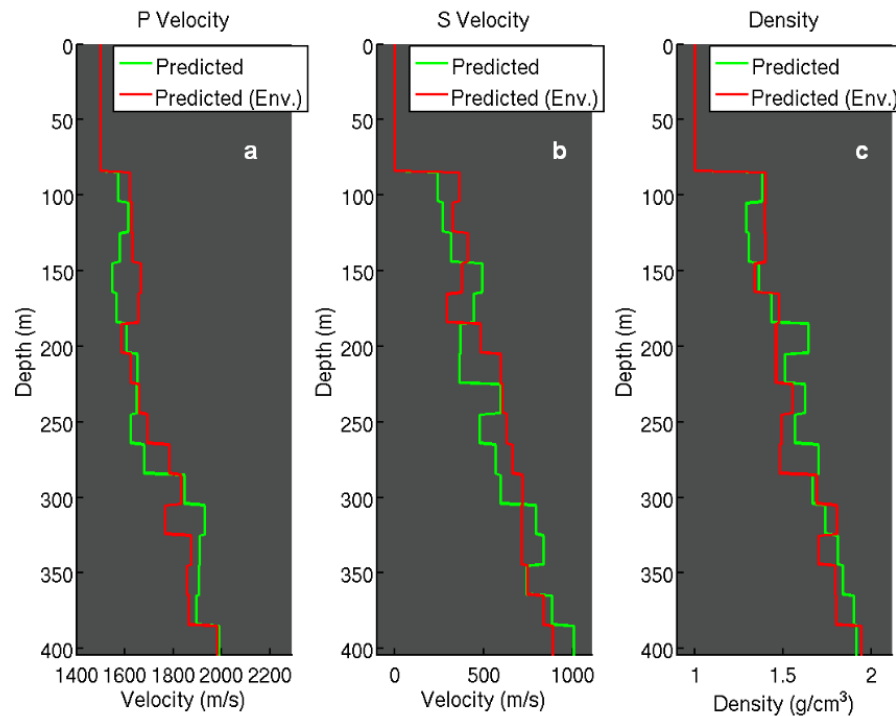


Fig. 7.32 Confronto tra i modelli migliori calcolati nelle prove di inversione 4 (verde) e 5 (rosso). I trend di V_P , V_S e densità risultano in buon accordo nell'andamento generale.

Il miglior modello della prova 4 (verde), in cui la funzione oggetto è costruita dalla diretta comparazione dei sismogrammi osservato e predetto, è confrontato con il miglior modello della prova 5 (rosso), in cui si utilizzano gli involucri dei sismogrammi per il calcolo dell'errore.

I trend generali di V_P (a), V_S (b) e densità (c) sono pressoché coincidenti e mostrano un andamento crescente verso il basso. Scendendo nei particolari, si osservano varie incongruenze; infatti, in diversi casi si nota un andamento simmetrico (in completa opposizione) dei due trend. Tale andamento è anch'esso attribuibile all'utilizzo degli involucri nell'inversione 5 che provoca la perdita dell'informazione di polarità e tiene conto solo dell'informazione di ampiezza. Quindi l'involuppo di un segnale può contemporaneamente corrispondere ad un incremento o ad una diminuzione di impedenza della stessa entità.

8 Conclusioni

Il presente lavoro ha analizzato due differenti metodologie di indagine per lo studio della parte superficiale (prime centinaia di metri) di fondali marini. Nella prima parte di questo capitolo vengono presentate le conclusioni per ciò che concerne il metodo a rifrazione e successivamente vengono mostrate le osservazioni conclusive riguardanti il metodo Full Waveform Inversion Elastica 1D.

L'analisi dei segnali rifratti, affrontata nel paragrafo 4.1, ha permesso di studiare le risposte in rifrazione dei vari modelli reali (modelli geologici dell'ODP). La variazione di spessori o velocità ha permesso di studiare a fondo la loro influenza nella generazione di eventi rifratti. Questo è stato di fondamentale aiuto per capire i limiti di tale metodo: infatti, nei casi di *zona cieca* o inversione di velocità, analizzati nel paragrafo 2.1, tale metodo risulta inutilizzabile. Ammettendo di escludere il secondo fenomeno, e quindi considerando un modello in cui le velocità dei layers aumentano con la profondità, la risoluzione dei singoli strati risulta sempre molto bassa. Infatti, è molto difficile discriminare tutti i layers dall'analisi del picking dei primi arrivi: questo perchè i modelli di fondo mare risultano costituiti da un'alternanza di strati sottili con contrasti di velocità contenuti, tali da non permettere forti variazioni di pendenza della risposta rifratta nel dominio time-offset.

La seconda parte dell'applicazione (paragrafo 4.2) del metodo a rifrazione si focalizza su un caso particolare: viene analizzata la dromocrona dei primi arrivi ricavata attraverso il picking sul sismogramma del modello 2. Questa risulta costituita da un solo punto di ginocchio che interrompe l'arrivo diretto e dà inizio all'unico arrivo rifratto.

E' stato constatato che tale punto non coincide con il tempo di ascolto della rifrazione di fondo mare (datochè conosciamo velocità e spessore dello strato d'acqua), quindi il sistema viene approssimato ad un modello a tre strati, come precedentemente descritto.

Lo studio della funzione oggetto ha permesso l'individuazione di combinazioni ottimali di velocità e spessori del layer incognito, tali da minimizzare l'errore tra il dato osservato e quello calcolato. Lo scopo è quello di restituire un'ordine di grandezza

delle proprietà in gioco e costituire così dei bounds di ricerca per ulteriori metodologie di studio.

La FWI è un argomento molto discusso in ambito di ricerca, soprattutto nel caso di FWI elastica. In questo lavoro di tesi, l'inversione è vista come problema di ottimizzazione globale che sfrutta le potenzialità dei GA per la ricerca di un minimo ottimo all'interno di una funzione oggetto (rappresentata dall'errore derivante dalla comparazione tra dato osservato e dato calcolato) multimodale.

L'inversione ha l'intento di stimare le proprietà elastiche V_P , V_S densità e, nel caso di dati sintetici, lo spessore dei layers costituenti un modello geologico 1D completamente elastico; di tale modello sono conosciuti i bounds che delimitano i domini di esistenza dei vari parametri incogniti (informazione a priori).

In parallelo, per caratterizzare i risultati della FWI si è tentato di ricostruire le PPD marginali dei parametri incogniti.

Il codice FWI 1D ELASTIC è stato utilizzato per invertire sia dati sintetici, relativi a modelli geologici reali dell'ODP, che dati reali.

Nel caso di dati sintetici si è tentato di stimare anche lo spessore degli strati; l'inserimento di un'ulteriore incognita nel problema di inversione può portare ad una sovrapparametrizzazione (aumento della non-linearità del PI), la quale può a sua volta causare un'errata stima dei parametri incogniti. I risultati testimoniano comunque una buona stima del modello; questo è certamente favorito dalle forti approssimazioni del caso sintetico. Infatti, l'ondina sorgente utilizzata nell'inversione è la stessa con la quale il reflectivity genera il dato osservato; inoltre, è necessario fornire l'informazione del numero di strati costituenti il modello.

Nel caso reale, si è scelto di eliminare l'incognita spessore per favorire l'inversione, utilizzando spessori costanti, determinati in base a criteri di risoluzione, relativamente alla frequenza centrale utilizzata per il calcolo dei sismogrammi. Inoltre, il codice è stato implementato in maniera parallela e il processo di inversione lavora su singolo nodo e 10 processori.

Sullo stesso sismogramma reale, sono state effettuate due prove di inversione (prove 4 e 5) che differiscono in base al metodo utilizzato per il confronto tra il dato reale ed il dato calcolato per la definizione della funzione oggetto. Infatti, nella prova 4 si confrontano direttamente i sismogrammi osservato e predetto, e viene calcolato

l'errore tra i due; mentre, nella prova 5 abbiamo a confronto gli inviluppi dei sismogrammi.

Il miglior risultato, in termini di match tra dato reale e dato calcolato ed in termini di valore di errore, è rappresentato dal caso in cui si considerano gli inviluppi dei sismogrammi. Questo è dato dal fatto che l'inviluppo, escludendo l'informazione di fase del segnale, permette di ovviare, in parte, al problema dell'errata stima dell'ondina sorgente.

Si può concludere che il metodo FWI restituisce modelli con trend di V_P , V_S e densità realmente possibili che dovrebbero essere confrontati con ulteriori dati provenienti, per esempio, da logs di pozzo per confermare il buon funzionamento dell'inversione.

Bibliografia

- Aster, R.C., Borchers, B. and Thurber, C.H., 2005.** *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier Academic Press
- Box, G. P. and Tiao G. C., 1973.** *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley Pub. Co.
- Box, G. P., Leonard, R. and Chien-Fu, W., 1983.** *Scientific Inferences, Data Analysis, and Robustness*. Accademic Press. Inc.
- Cary, P., and Chapman, C. H., 1988.** *Automatic I-D waveform inversion of marine seismic reflection data*. Geophysical Journal International, 93, 527-546.
- Červený, V., 1961.** The Amplitude Curves of Reflected Harmonic Waves Around the Critical Point. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 5, 319-351.
- Cohon, J. P., Hegde, S. U., Martin, W. N. & Richards, D., 1987.** *Punctuated equilibria: A parallel genetic algorithm, in Genetic Algorithms and their Applications*. Proceedings of Second International Conference on Genetic Algorithms, pp. 148 154, ed. Grefenstette, J. J.
- Duijndam, A. J., 1987.** *Detailed Bayesian Inversion of Seismic Data*. Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Duijndam, A. J., 1988.** *Bayesian estimation in seismic inversion. Part I: Principles*. Geophysical Prospecting, 878-898.
- Eldredge, N. & Could, S. J., 1972.** *Punctuated equilibria: An alternative to phylectic gradualism*. In *Models of Paleobiology*, 82-115, ed. Schopf, T. J. M., Freeman, Copper & Co.
- Fichtner, A., 2010.** *Full seismic waveform modelling and inversion*: Springer.
- Foster, D. J., Smith, S. W., Dey, S. S. and Swan, H. W., 1993.** *A Closer Look at Hydrocarbon Indicators*. 63rd SEG Meeting, Washington, DC, USA, 731-733
- Frazer, L. N. and Basu, A., 1990.** *Freeze bath inversion*. Society of Exploration Geophysicists. Sixrieth Annual International Meeting and Exposition, Sept. 23-27. San Francisco, California. Expanded Abstracts, 11, 1123-1125.

- Fuchs, K., and Miiller, G., 1971.** *Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observation.* Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 23,417-433.
- Goldberg, D. E. and Richardson, J., 1987.** *Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization, in Generic Algorithms and their Applications.* Proceedings of Second International Conference on Genetic Algorithms. pp. 41-49, ed. Grefenstette, J. J., USA.
- Goldberg, D. E., 1989.** *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning.* Addison-Wesley, Reading, MA.
- Goldberg, E. D. and Segrest, P., 1987.** *Finite Markov chain analysis of genetic algorithms.* In Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms on Genetic algorithms and their application, John J. Grefenstette (Ed.). L. Erlbaum Associates Inc., Hillsdale, NJ, USA, 1-8
- Holland, J. H., 1975.** *Adaptation in Natural and Artificial Systems.* The University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Hong, T., and Sen, M. K., 2009.** *A new MCMC algorithm for seismic waveform inversion and corresponding uncertainty analysis.* Geophysical Journal International, 177, 14-32.
- Jackson, D. D. and Matura, M., 1985.** *A Bayesian approach to nonlinear inversion.* Journal of Geophysical Research, 90, 581 -591.
- Jackson, D. D., 1979.** *The use of a priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion.* Geophysical Journal International 57, 121 -136.
- Kennett, B. L. N., 1983.** *Seismic wave propagation in stratified media:* Cambridge Univ. Press.
- Lailly, P., 1983.** *The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations: Conference on Inverse Scattering, Theory and Application.* Society for Industrial and Applied Mathematics, Expanded Abstracts, 206–220.
- Mallick, S. and Dutta, N., C., 2002.** *Shallow water flow prediction using prestack waveform inversion of conventional 3D seismic data and rock modeling.* The Leading Edge, 675-680.
- Menke, W. (1984).** *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory.* 260 pp., Elsevier, Orlando, Fla.

- Menke, W., 1989.** *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. Academic Press, Inc.
- Mora, P. R., 1987.** *Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multi-offset seismic data*. *Geophysics*, 52, 1211–1228.
- Mora, P. R., 1988.** *Elastic wavefield inversion of reflection and transmission data*. *Geophysics*, 53, 750–759.
- Ostrander, W. J., 1984.** Plane-wave Reflection Coefficients for Gas Sands at non-normal Angle of Incidence. *Geophysics* 49, 1637-1648.
- Pratt, R., 1999.** *Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part I: Theory and verification in a physical scale model*. *Geophysics*, 64, 888–901.
- Pratt, R., Shin, C., and Hicks, G., 1998.** *Gauss-newton and full newton methods in frequency-space seismic waveform inversion*. *Geophysical Journal International*, 133, no. 2, 341–362.
- Pratt, R., Song, Z.-M., Williamson, P., and Warner, M., 1996.** *Twodimensional velocity model from wide-angle seismic data by wavefield inversion*. *Geophysical Journal International*, 124, 323–340.
- Sen, M. K. and Stoffa, P. L., 1991.** *Nonlinear one dimensional seismic waveform inversion using simulated annealing*. *Geophysics*, 56, No. 10.
- Sen, M. K. and Stoffa, P. L., 1992.** *Rapid sampling of model space using genetic algorithms: Examples from seismic waveform inversion*. *Geophysical Journal International* 108, 281-292.
- Sen, M. K. and Stoffa, P. L., 1996.** Bayesian inference, Gibbs' sampler and uncertainty estimation in geophysical inversion. *Geophysical prospecting*, 44, 313-350.
- Sen, M. K., and Stoffa, P. L., 1995.** *Global optimization methods in geophysical inversion*. Elsevier Science Publ. Co., Inc.
- Sheriff, R. E., 1991.** *Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics*, 3rd edn. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.
- Tarantola, A. and Valette, B., 1982.** *Inverse problems = quest for information*. *Journal of Geophysics*, 50, 159- 170.
- Tarantola, A., 1984.** *Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation*. *Geophysics*, 49, 1259–1266.

Tarantola, A., 1986. *A strategy for nonlinear inversion of seismic reflection data:* Geophysics, 51, 1893–1903.

Tarantola, A., 1987. *Inverse Problem Theory, Methods of Data Fitting and Model Parameter Estimation.* Elsevier Science Publishing Co.

Tarantola, A., Crase, E., Jervis, M., Konen, Z., Lindgren, J., Mosegaard, K. & Virieux, J., and Operto, S., 2009. *An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics.* Geophysics, Vol. 74, NO. 6.

Widess, M. B., 1973. *How thin is a thin bed?* Geophysics, Vol.38, No.6, 1176-1180.

Ringraziamenti

Per la realizzazione di questo lavoro, ringrazio la Società ENI S.p.a. per la concessione dei dati reali; ringrazio il Prof. Alfredo Mazzotti, il Dott. Andrea Tognarelli, il Dott. Angelo Sajeva ed in particolare ringrazio il Dott. Mattia Aleardi che ha collaborato costantemente allo sviluppo della tesi.

Ringrazio Gabriella per il continuo supporto morale. Ringrazio la mia famiglia, la famiglia di Deiva, tutti i miei nipoti e i restanti parenti per avermi confortato nei momenti maggiormente difficili. Un ringraziamento speciale va anche a Giotto e Luni. Ed infine posso ringraziare la persona che ha permesso tutto questo, che mi ha aiutato nel riprendere gli studi, che mi è stata accanto ogni attimo: grazie Deiva.